UNIVERSITATEA “POLITEHNICA” DIN BUCUREŞTI
FACULTATEA DE ENERGETICĂ

LUCIA DUMITRIU CĂTĂLIN DUMITRIU

BAZELE ELECTROENERGETICII

BUCUREŞTI, 2004

CUPRINS

CAP.1. BAZELE TEORIEI MACROSCOPICE A ELECTROMAGNETISMULUI

Stările şi fenomenele fizice se caracterizează cu ajutorul mărimilor fizice care se clasifică în:

- *mărimi primitive*, care se introduc pe cale experimentală;
- *mărimi derivate*, care se definesc cu ajutorul mărimilor primitive.

Teoria macroscopică a fenomenelor electromagnetice utilizează şase specii de mărimi primitive specifice, care caracterizează complet starea electromagnetică a corpurilor şi starea câmpului electromagnetic.

1.1. MĂRIMI CE CARACTERIZEAZĂ STĂRILE ELECTROMAGNETICE ALE CORPURILOR

1.1.1. Starea de electrizare (de încărcare electrică):

- pentru un corp mic - este caracterizată global de *sarcina electrică* (q) - mărime primitivă scalară, dotată cu semn. Unitatea de măsură în SI se numeşte *coulomb* [C].

- pentru un corp mare, caracterizarea stării de încărcare electrică se face local (într-un punct), cu ajutorul unor mărimi derivate, numite *densităţi de sarcină electrică*:

- *densitatea lineică*: $r_l \overset{\mathrm{d}}{=} \lim\limits_{l \to 0} \dfrac{q_l}{l}$; (1.1.1)

- *densitatea de suprafaţă*: $r_s \overset{\mathrm{d}}{=} \lim\limits_{A \to 0} \dfrac{q_s}{A}$; (1.1.2)

- *densitatea de volum*: $r_V \overset{\mathrm{d}}{=} \lim\limits_{V \to 0} \dfrac{q_V}{V}$. (1.1.3)

Corpurile încărcate cu sarcini electrice îşi asociază un sistem fizic numit *câmp electric*, prin care se transmit între corpuri forţe şi cupluri electrice.

După modul cum transmit starea de electrizare se disting două clase de materiale de importanţă esenţială în industria electrotehnică:

- *materiale electroconductoare* - din care categorie fac parte: metalele şi aliajele lor, cărbunele, anumite soluţii de săruri, baze, acizi. Dintre aceste materiale deosebit de importante pentru industria electrotehnică sunt Cu şi Al, din care se realizează conductoarele liniilor electrice aeriene şi în cablu şi înfăşurările maşinilor şi transformatoarelor electrice. Materialele electroconductoare prezintă proprietatea că la trecerea curentului electric, în ele se dezvoltă pierderi de putere prin efect Joule, proporţionale cu pătratul intensităţii curentului.

- *materiale electroizolante*, numite şi *materiale dielectrice*, din care fac parte: lemnul, sticla, mătasea, porţelanul, hârtia, uleiul, lacurile, aerul uscat, bachelita, cauciucul, policlorura de vinil etc. În materialele dielectrice folosite în industria electrotehnică se dezvoltă pierderi de putere proporţionale cu pătratul tensiunii şi cu o mărime de material numită tangenta unghiului de pierderi.

1.1.2. Starea de polarizaţie:

- pentru un corp mic – este caracterizată global de *momentul electric* ($\overline{p}$) – mărime primitivă vectorială având unitatea de măsura *coulomb metru* [Cm].

- pentru un corp de dimensiuni mari, starea de polarizație se caracterizează local cu ajutorul densității de volum a momentului electric, mărime derivată vectorială, numită *polarizație* ($\overline{P}$).

Metalele sunt practic nepolarizabile electric.

În cazul dielectricilor, starea de polarizație apare numai în prezența câmpului electric şi dispare când acesta se anulează. O astfel de polarizație se numeşte temporară şi este caracterizată de momentul electric temporar $\overline{p}_t$.

Unele materiale precum cristalele de cuarţ, sarea Seignette şi turmalina, au o stare de polarizație independentă de câmpul electric, numită polarizație permanentă şi caracterizată de momentul electric permanent $\overline{p}_p$.

Cele două tipuri de polarizație nu se exclud, astfel încât atât momentul electric cât şi polarizația satisfac relațiile:

$$\overline{p} = \overline{p}_t + \overline{p}_p, \tag{1.1.4}$$

$$\overline{P} = \overline{P}_t + \overline{P}_p. \tag{1.1.5}$$

1.1.3. Starea de magnetizație a unui corp mic se caracterizează global cu ajutorul mărimii primitive vectoriale numită *moment magnetic* ($\overline{m}$), care se măsoară în *amper metru pătrat* [Am^2]. Caracterizarea stării de magnetizare a unui corp mare se face local, cu ajutorul densității de volum a momentului magnetic, mărime derivată numită *magnetizație* ($\overline{M}$).

Unele corpuri ajung în stare de magnetizație numai în prezența câmpului magnetic, starea numindu-se magnetizație temporară.

Altor corpuri le este proprie starea de magnetizație, independent de prezența câmpului magnetic. Această stare se numeşte magnetizație permanentă.

Momentul magnetic şi magnetizația satisfac relațiile:

$$\overline{m} = \overline{m}_t + \overline{m}_p, \tag{1.1.6}$$

$$\overline{M} = \overline{M}_t + \overline{M}_p. \tag{1.1.7}$$

1.1.4. Starea electrocinetică a conductoarelor se caracterizează cu ajutorul mărimii primitive scalare numită *intensitate a curentului electric de conducție* (*i*), având ca unitate de măsură *amperul* [A]. Aceasta se referă la o anumită secțiune a conductorului. Pentru caracterizarea locală a stării electrocinetice se introduce mărimea derivată numita *densitate a curentului de conducție* ($\overline{J}$), relația dintre cele două mărimi fiind:

$$i = \int_S \overline{J}\,\overline{n}_S \mathrm{d}A. \tag{1.1.8}$$

Unitățile de măsură SI ale acestor mărimi sunt date în Tabelul 1.1.

Tabelul 1.1.

Mărime primitivă	Simbol	Unitate	Mărime derivată	Simbol	Unitate
Sarcina electrică			Densitate lineică	ρ_l	C/m
	q	C	Densitate superficială	ρ_s	C/m^2
			Densitate volumetrică	ρ_v	C/m^3
Momentul electric	$\overline{p}$	Cm	Polarizația	$\overline{P}$	C/m^2
Momentul magnetic	$\overline{m}$	Am^2	Magnetizația	$\overline{M}$	A/m
Intensitatea curentului electric de conducție	i	A	Densitatea curentului electric de conducție	$\overline{J}$	A/m^2

1.2. MĂRIMI CE CARACTERIZEAZĂ CÂMPUL ELECTROMAGNETIC

Starea câmpului electromagnetic este caracterizată macroscopic prin următoarele specii de mărimi:

- intensitatea câmpului electric ($\overline{E}$), având unitatea de măsura volt pe metru {V/m];
- inducția electrica ($\overline{D}$), cu unitatea de măsura coulomb pe metru pătrat [C/m^2];
- intensitatea câmpului magnetic ($\overline{H}$), măsurată în amper pe metru [A/m];
- inducția magnetică ($\overline{B}$), a cărei unitate de măsură este tesla [T].

Aceste specii de mărimi de stare se introduc cu ajutorul a două specii de mărimi primitive: vectorul câmp electric în vid ($\overline{\mathrm{E}_\mathrm{v}}$) şi vectorul inducție magnetică în vid ($\overline{B_v}$).

Între mărimile de stare ale câmpului electric ($\overline{E}$, $\overline{D}$), respectiv între cele ale câmpului magnetic ($\overline{H}$, $\overline{B}$), există următoarele relații:

$$\overline{D} = e\overline{E}\,, \tag{1.2.1}$$

$$\overline{B} = m\overline{H}\,. \tag{1.2.2}$$

Cu ajutorul acestor mărimi se definesc patru mărimi derivate importante în cadrul teoriei macroscopice a electromagnetismului:

- tensiunea electrică (U)- unitate de măsură *voltul* [V];
- fluxul electric (Y)- unitate de măsură *coulombul* [C];
- tensiunea magnetică (U_m)- unitatea de măsură *amper* (A) sau *amper-spiră* (A.sp);
- fluxul magnetic (F) cu unitatea de măsură *weberul* (Wb).

Relațiile de definiție sunt următoarele:

- *tensiunea electrică* între două puncte A,B, calculată de-a lungul unei curbe deschise, *C*, este:

$$u_{AB} \overset{\mathrm{d}}{=} \int_{A(C)}^{B} \overline{E}\,\overline{\mathrm{d}s}\,, \tag{1.2.3}$$

unde $\overline{\mathrm{d}s}$ este elementul de linie orientat (Fig. 1.2.1).

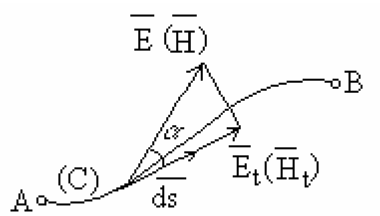


Fig. 1.2.1

Dacă integrala se calculează pe o curbă închisă, Γ, atunci mărimea corespunzătoare se numeşte *tensiune electromotoare* (t.e.m.) şi se exprimă cu relația:

$$e_\Gamma \overset{\mathrm{d}}{=} \int_\Gamma \overline{E}\,\overline{\mathrm{d}s}\,. \tag{1.2.4}$$

- *fluxul electric* printr-o suprafață oarecare, deschisă, S, este:

$$\Psi_S \overset{\mathrm{d}}{=} \int_S \overline{D}\,\overline{n_S}\,\mathrm{d}A\,, \tag{1.2.5}$$

unde $\overline{n_S}$ este normala la suprafață. Dacă suprafața se sprijină pe o curbă închisă, Γ, atunci relația (1.2.5) devine:

$$\Psi_{S_\Gamma} \stackrel{d}{=} \int_{S_\Gamma} \overline{D n_{S\Gamma}} \mathrm{d}A, \qquad (1.2.6)$$

unde dA reprezintă elementul de arie neorientat.

Sensul normalei la suprafață este asociat cu sensul de parcurgere al curbei după regula burghiului drept (Fig. 1.2.2).

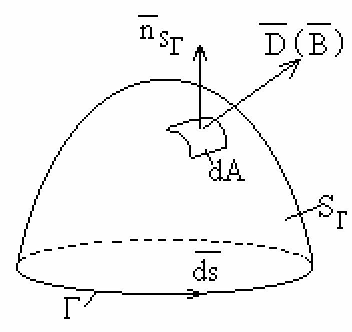


Fig. 1.2.2

Dacă se calculează fluxul electric printr-o suprafață închisă, Σ, atunci relația de definiție devine:

$$\Psi_\Sigma \stackrel{d}{=} \oint_\Sigma \overline{D n_\Sigma} \mathrm{d}A. \qquad (1.2.7)$$

Normala la suprafața închisă este prin definiție normala exterioară.

- *tensiunea magnetică* între două puncte A,B, se defineşte ca şi tensiunea electrică (Fig. 1.2.1) de-a lungul unei curbe deschise:

$$u_{mAB} \stackrel{d}{=} \int_{A(C)}^{B} \overline{H \mathrm{d}s}. \qquad (1.2.8)$$

Dacă integrala se efectuează pe o curbă închisă, atunci se defineşte *tensiunea magnetomotoare* (t.m.m.):

$$u_{mm\Gamma} \stackrel{d}{=} \oint_\Gamma \overline{H \mathrm{d}s}. \qquad (1.2.9)$$

- *fluxul magnetic* se defineşte ca şi fluxul electric (Fig. 1.2.2), fie prin suprafețe deschise, fie prin suprafețe închise, cu relațiile:

$$\Phi_S \stackrel{d}{=} \int_S \overline{B n_S} \mathrm{d}A, \qquad (1.2.10)$$

$$\Phi_{S_\Gamma} \stackrel{d}{=} \int_{S_\Gamma} \overline{B n_{S_\Gamma}} \mathrm{d}A, \qquad (1.2.11)$$

$$\Phi_\Sigma \stackrel{d}{=} \oint_\Sigma \overline{B n_\Sigma} \mathrm{d}A. \qquad (1.2.12)$$

Notă. Rămân valabile toate observațiile făcute la fluxul electric în legătura cu normalele la suprafețe.

Alte mărimi derivate importante sunt: solenația (Θ), rezistența (*R*), capacitatea (*C*), inductivitatea (*L*) etc.

În Tabelul 1.2 este prezentată corespondența dintre aceste mărimi.

Tabelul 1.2

Mărime primitivă	Simbol	Unitate	Mărime derivată	Simbol	Unitate
Intensitatea câmpului electric	$\overline{E}$	V/m	Tensiunea electrică	U	V
Inducția electrică	$\overline{D}$	C/m^2	Fluxul electric	Y	C
Intensitatea câmpului magnetic	$\overline{H}$	A/m	Tensiunea magnetică	U_m	A (A.sp)
Inducția magnetică	$\overline{B}$	T	Fluxul magnetic	F	Wb

1.3. CÂMPUL ELECTRIC IMPRIMAT

Experiența arată că starea electrocinetică a conductoarelor este produsă uneori de cauze de natură neelectromagnetică (de exemplu de o pilă galvanică). Efectul acestor cauze se echivalează cu efectul unui câmp electric ce ar determina aceeaşi stare electrocinetică. Acest câmp se numeşte *câmp electric imprimat*. El este localizat fie în volumul fie pe suprafața de contact a corpurilor conductoare şi se caracterizează local prin mărimea derivată vectorială numită *intensitatea a câmpului electric imprimat-* $\overline{E_i}$.

$\overline{E_i}$ este o mărime de material şi caracterizează conductoarele neomogene din punct de vedere structural, termic, chimic şi accelerate.

Proprietățile globale ale câmpului electric imprimat în raport cu o anumită curbă sunt exprimate de integrala de linie a vectorului $\overline{E_i}$ în raport cu acea curbă, mărimea corespunzătoare numindu-se *tensiune electromotoare imprimată*:

$$e_{i(C)} = \int_C \overline{E_i}\,\overline{\mathrm{d}s}\,. \tag{1.3.1}$$

1.4. REGIMURILE DE DESFĂŞURARE A FENOMENELOR ELECTRICE ŞI MAGNETICE

După modul de variație în timp a mărimilor electrice şi magnetice, stările electromagnetice se pot desfăşura în următoarele regimuri:

- ***regimul static***, în care mărimile de stare nu variază în timp şi nu se produc transformări energetice; în acest regim fenomenele electrice se produc independent de cele magnetice şi pot fi studiate în cadrul unor capitole distincte ale teoriei, respectiv *electrostatica* şi *magnetostatica*;
- ***regimul staționar***, în care mărimile nu variază în timp, dar interacțiunile câmpului electromagnetic cu corpurile sunt însoțite de transformări energetice;
- ***regimul cvasistaționar***, în care mărimile variază în timp, dar suficient de lent încât să se poată neglija curenții de deplasare în raport cu cei de conducție, şi influența lor magnetică peste tot, cu excepția dielectricului condensatoarelor; este cel mai important regim din punct de vedere al aplicațiilor tehnice;
- ***regimul nestaționar*** (regim variabil) caracterizat de cea mai generală formă de variație în timp a mărimilor, în care intervine fenomenul de radiație electromagnetică.

1.5. CONDUCTOARE ÎN CÂMP ELECTROSTATIC

La introducerea lui într-un câmp electric, un conductor neutru se electrizează (***electrizare prin influență***). Fenomenul constă în repartizarea unor sarcini electrice pe suprafața conductorului, fără modificarea sarcinii sale totale, nule în cazul conductoarelor neutre.

În regim electrostatic este îndeplinită condiția de echilibru electrostatic:

$$\overline{E} + \overline{E_i} = 0 . \tag{1.5.1}$$

În cazul conductoarelor omogene şi neaccelerate, câmpul electric imprimat este nul,

$$\overline{E_i} = 0 , \tag{1.5.2}$$

şi, în consecință, câmpul electrostatic în aceste conductoare este de asemenea nul:

$$\overline{E} = 0 . \tag{1.5.3}$$

În fiecare punct al suprafeței acestor conductoare câmpul electrostatic are numai componentă perpendiculară pe suprafață. În caz contrar, particulele purtătoare de sarcini electrice s-ar deplasa în conductor sau pe suprafața sa şi nu ar fi îndeplinită condiția de echilibru electrostatic.

Conductoarele omogene şi neaccelerate, au în regim electrostatic următoarele proprietăți:

1. Toate punctele din interiorul unui conductor au acelaşi potențial. Deci suprafețele acestor conductoare sunt echipotențiale şi liniile de câmp sunt perpendiculare pe ele.

Demonstrație: $E = 0$, deci $U_{AB} = V(A) - V(B) = 0$;

2. Sarcina electrică a conductoarelor este repartizată superficial, iar sarcina din interiorul conductoarelor este nulă;

3. La suprafața conductoarelor inducția electrică este egală în orice punct cu densitatea de suprafață a sarcinii electrice;

4. În cavitățile fără sarcini electrice din interiorul conductoarelor câmpul electric este nul. Acest efect se foloseşte în instalațiile de î.t. pentru ecranarea (prin conductoare legate la pământ) a locurilor de observație în care se află personal operator;

5. Orice suprafață echipotențială din câmp poate fi înlocuită cu o suprafață conductoare fără a perturba câmpul (principiul metalizării suprafețelor echipotențiale).

1.6. LEGILE TEORIEI MACROSCOPICE A ELECTROMAGNETISMULUI

Legi- relații determinate experimental care exprimă raporturi obiective şi esențiale între fenomene. Aceste relații care se stabilesc prin generalizarea datelor experimentale, pe baza abstractizării, se numesc *legi*.

Teoreme- relațiile care se pot deduce prin analiză logică din altele (în ultimă instanță din legi).

Legile teoriei macroscopice a fenomenelor electromagnetice se clasifică în:

- *legi generale* – valabile pentru orice fel de corpuri, indiferent de regimul de desfăşurare al fenomenelor şi independent de caracteristicile de material ale mediului. În această categorie intră:

- legea fluxului electric,
- legea fluxului magnetic,
- legea inducției electromagnetice,
- legea circuitului magnetic,
- legea conservării sarcinii electrice,
- legea transformării energiei electromagnetice în procesul conducției electrice (legea lui Joule),

- legea legăturii în câmp electric,
- legea legăturii în câmp magnetic;

- *legi de material* – sunt valabile numai pentru anumite corpuri, fiind dependente de caracteristicile de material ale acestora:
  - legea polarizației temporare,
  - legea magnetizației temporare,
  - legea conducției electrice (legea lui Ohm),
  - legea electrolizei.

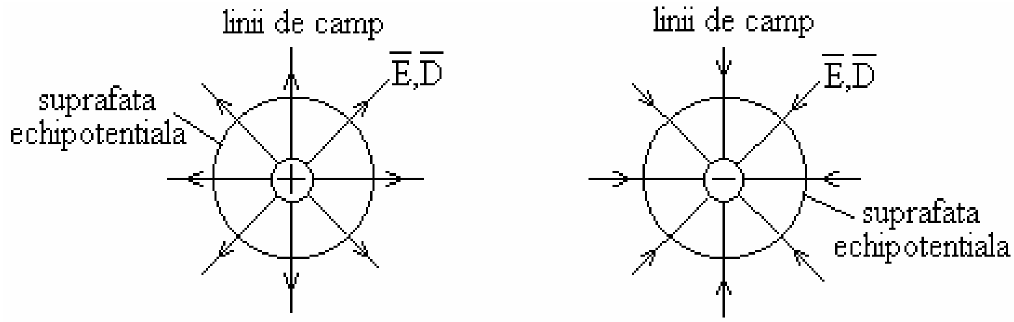
1.6.1. Legea fluxului electric

Corpurilor încărcate cu sarcini electrice li se asociază un câmp electric.

Liniile de câmp electric sunt linii deschise care pleacă de pe corpurile încărcate cu sarcini pozitive şi ajung pe corpurile încărcate cu sarcini negative (Fig. 1.6.1).

Suprafețele perpendiculare în orice punct pe liniile de câmp se numesc suprafețe echipotențiale.

Vectorul intensității câmpului electric şi vectorul inducției electrice sunt tangenți în fiecare punct la linia de câmp şi, fiind funcții de punct $\overline{E}(r)$, respectiv $\overline{D}(r)$, au valori constante în toate punctele aceleiaşi suprafețe echipotențiale.



a) b)

Fig. 1.6.1

Dacă înconjurăm cu o suprafață închisă un corp încărcat cu sarcină electrică, toate liniile de câmp vor străbate suprafața. Fluxul electric este mărimea ce caracterizează câmpul electric din punct de vedere al valorilor pe care le ia inducția electrică în toate punctele suprafeței.

”În orice moment de timp fluxul electric Y printr-o suprafață închisă S este egal cu sarcina electrică q_{VS} *localizată în domeniul delimitat de această suprafață”:*

$$\Psi_\Sigma = \oint_\Sigma \overline{D}\,\overline{n_\Sigma}\,\mathrm{d}A = q_{V\Sigma}, \qquad (1.6.1)$$

unde $\overline{n}_\Sigma$ reprezintă normala exterioară la suprafața închisă Σ (Fig. 1.6.2).

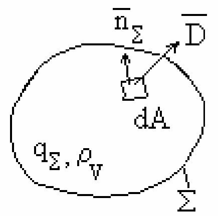


Fig. 1.6.2

Trecând de pe suprafaţa Σ în domeniul (arbitrar) delimitat de aceasta, V_Σ, (cu teorema lui Stokes) şi exprimând sarcina electrică în raport cu densitatea ei de volum, se obține forma locală a legii în domenii de continuitate şi netezime a proprietăților electrice:

$$\int_{V\Sigma} div\overline{D n_\Sigma} \mathrm{d}A = \int_{V\Sigma} r_V \mathrm{d}V \,, \qquad (1.6.2)$$

de unde rezultă

$$div\overline{D} = r_V \,. \qquad (1.6.3)$$

La o suprafață de discontinuitate (între două medii cu proprietăți electrice diferite) încărcată cu densitate de suprafață a sarcinii electrice se obține o formă locală valabilă în toate punctele suprafeței:

$$D_{2n} - D_{1n} = r_s \,. \qquad (1.6.4)$$

Dacă suprafața nu este încărcată cu sarcină, se obține relația de conservare a componentelor normale ale inducției electrice:

$$D_{2n} = D_{1n} \,. \qquad (1.6.5)$$

Aplicații.

Legea fluxului electric poate fi folosită pentru calculul intensității câmpului electric în cazul configurațiilor ce prezintă simetrie.

- *Calculul intensității câmpului electric produs de un corp punctiform încărcat cu sarcina q.*

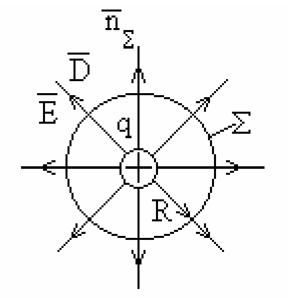


Fig. 1.6.3

Din legea fluxului electric rezultă:

$$\int_\Sigma \overline{D n_\Sigma} \mathrm{d}A = D(R) \int_\Sigma \mathrm{d}A = D(R) \cdot 4p \ R^2 = q_{V\Sigma} \,.$$

Din această relație, ținând seama de (1.2.1) se obține intensitatea câmpului electric în orice punct de pe suprafața Σ (sfera de rază R):

$$E(R) = \frac{D(R)}{e} = \frac{q_{V\Sigma}}{4p \ e \ R^2} \,.$$

- *Calculul capacității condensatorului plan.*

Capacitatea condensatorului plan poate fi calculată cu ajutorul legii fluxului electric aplicată pe o suprafață închisă ce trece printr-o armătură şi prin dielectric, sau pe baza proprietăților conductoarelor omogene.

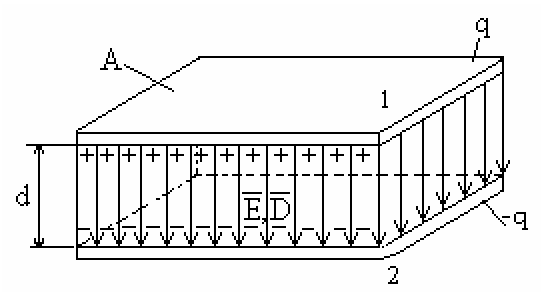


Fig. 1.6.4

Armăturile condensatorului fiind conductoare omogene, sarcina electrică cu care se încarcă este repartizată pe suprafaţa lor dinspre dielectric, cu o densitate egală cu inducţia electrică în fiecare punct. Ţinând seama de relaţiile (1.2.1) şi (1.2.3) se obţine capacitatea condensatorului plan:

$$C \overset{d}{=} \frac{q}{U} = \frac{q}{Ed} = \frac{q}{\frac{q}{\varepsilon A} d} = \frac{\varepsilon A}{d},$$

unde ε este permitivitatea dielectricului.

În cazul unui condensator plan cu dielectric neomogen relaţia de mai sus devine:

$$C = A \sum_{k=1}^{n} \frac{\varepsilon_k}{d_k}.$$

Ø *Calculul capacităţii condensatorului cilindric.*

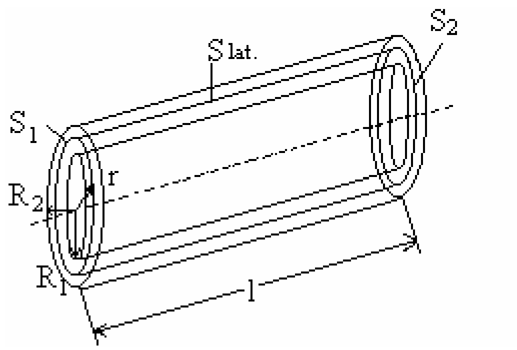


Fig. 1.6.5

Alegând o suprafaţă închisă $\Sigma = S_1 \cup S_2 \cup S_{lat}$ de formă cilindrică cu raza *r*, aplicând legea fluxului electric şi ţinând seama de faptul că fluxul electric prin suprafeţele S_1 şi S_2 este nul (liniile de câmp sunt pe direcţia razei de la armătura interioară încărcată pozitiv, la cea exterioară încărcată negativ) rezultă

$$\Psi_\Sigma = \int_\Sigma \overline{D}\overline{n} dA = \int_{Slat} \overline{D}\overline{n} dA = \int_{Slat} D dA = D \cdot 2\pi r l = q,$$

unde *q* reprezintă sarcina cu care se încarcă armătura interioară.

Calculând *D*, *E* şi apoi *U* între armături, rezultă:

$$C = \frac{q}{U} = \frac{2\pi\varepsilon l}{\ln \frac{R_2}{R_1}}.$$

În cazul unui dielectric neomogen cu *n* straturi, relația devine:

$$C = \frac{2p\, l}{\sum_{k=1}^{n} \frac{\ln \frac{R_{k+1}}{R_k}}{e_k}}.$$

- *Tubul de flux electric* - porțiunea de câmp delimitată de totalitatea liniilor de câmp care trec prin toate punctele unui contur închis Γ (Fig. 1.6.6).

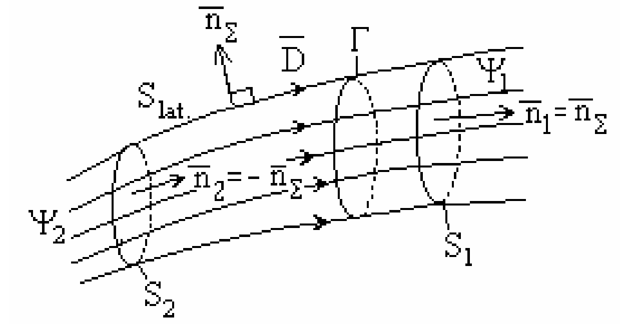


Fig. 1.6.6

Se consideră o suprafață închisă $\Sigma = S_1 \cup S_2 \cup S_{lat}$ pe care se aplică legea fluxului electric. Sensul fluxurilor Ψ_1 şi Ψ_2 prin cele două suprafețe S_1 şi S_2 este indicat de versorii celor două normale $\overline{n}_1$ respectiv $\overline{n}_2$ la cele două suprafețe. Deoarece pe suprafața laterală $\overline{n}_\Sigma \perp \overline{D}$ rezultă că prin această suprafață fluxul este nul şi

$$\Psi_\Sigma = \int_\Sigma \overline{D}\overline{n}_\Sigma dA = \int_{S_1} \overline{D}\overline{n}_\Sigma dA + \int_{S_2} \overline{D}\overline{n}_\Sigma dA = \int_{S_1} \overline{D}\overline{n}_1 dA - \int_{S_2} \overline{D}\overline{n}_2 dA = \Psi_1 - \Psi_2 = q_{V\Sigma}.$$

Dacă în interiorul suprafeței Σ nu există sarcini electrice

$$\Psi_1 = \Psi_2 .$$

Rezultă că în regiunile din spațiu în care nu există sarcini electrice, fluxul câmpului electric prin orice secțiune transversală a unui tub de flux are aceeaşi valoare. Aceasta reprezintă proprietatea de conservare a fluxului electric de-a lungul unui tub de linii de câmp.

1.6.2. Legea fluxului magnetic

Liniile de câmp magnetic (liniile vectorului inducției magnetice) sunt linii închise.

Această constatare conduce la formularea legii fluxului magnetic: ”*În orice moment fluxul magnetic printr-o suprafață închisă este nul*”:

$$\Phi_\Sigma \overset{d}{=} \int_\Sigma \overline{B n_\Sigma}\, \mathrm{d}A = 0 . \tag{1.6.6}$$

Ținând seama de relația de definiție prelucrată cu ajutorul teoremei Gauss-Ostrogradski se obține forma locală a legii, pentru domenii de continuitate şi netezime ale proprietăților magnetice (ale inducției magnetice):

$$\int_{V\Sigma} div\overline{B}\, \mathrm{d}V = 0 , \tag{1.6.7}$$

adică

$$div\overline{B} = 0 . \tag{1.6.8}$$

Relația (1.6.8) arată că nu există sarcini magnetice de tipul celor electrice.

La suprafețe de discontinuitate forma locală a legii fluxului magnetic este:

$$B_{2n} - B_{1n} = 0, \qquad (1.6.9)$$

adică se obține relația de conservare a componentelor normale ale inducției magnetice:

$$B_{2n} = B_{1n}. \qquad (1.6.10)$$

Aplicații.

- Definind *tubul de flux magnetic* similar cu cel electric, se consideră o suprafață închisă $\Sigma = S_1 \cup S_2 \cup S_{lat}$ (Fig. 1.6.7) pe care se aplică legea fluxului magnetic.

Pe baza acelorași considerente de la tubul de flux electric se obține relația de conservare a fluxului magnetic de-a lungul unui tub de linii de câmp.

$$\Phi_1 = \Phi_2 .$$

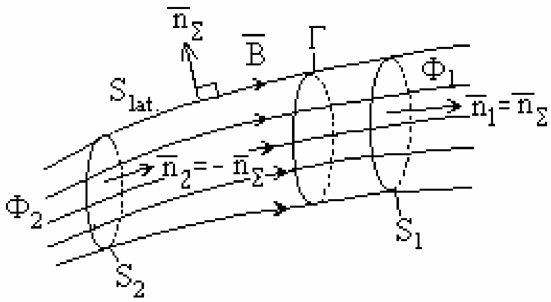


Fig. 1.6.7

- *Prin orice suprafață deschisă* care se sprijină pe aceeași curbă închisă fluxul magnetic este același.

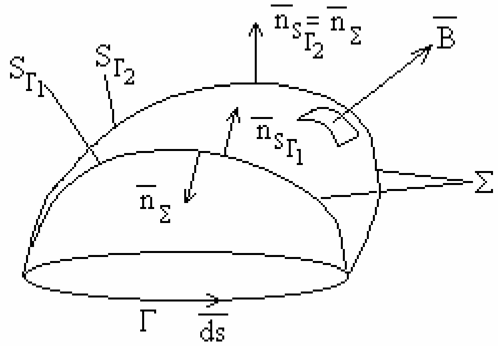


Fig. 1.6.8

Fie două suprafețe S_{Γ_1} și S_{Γ_2} ce se sprijină pe curba Γ. Se consideră suprafața $\Sigma = S_{\Gamma_1} \cup S_{\Gamma_2}$ și se aplică legea fluxului magnetic:

$$\Phi_\Sigma = \int_\Sigma \overline{B}\overline{n}_\Sigma dA = \int_{S_{\Gamma 1}} \overline{B}\overline{n}_\Sigma dA + \int_{S_{\Gamma 2}} \overline{B}\overline{n}_\Sigma dA = -\int_{S_{\Gamma 1}} \overline{B}\overline{n}_{S_{\Gamma 1}} dA + \int_{S_{\Gamma 2}} \overline{B}\overline{n}_{S_{\Gamma 2}} dA = -\Phi_1 + \Phi_2 = 0.$$

Rezultă că oricare ar fi S_{Γ_1} și S_{Γ_2} fluxul magnetic se conservă:

$$\Phi_1 = \Phi_2 .$$

1.6.3. Legea inducției electromagnetice

Enunț: ”*Tensiunea electromotoare indusă în lungul unei curbe închise* G *este egală cu viteza de scădere a fluxului magnetic prin orice suprafață deschisă ce se sprijină pe curba* G”:

$$e_{\Gamma} = -\frac{\mathrm{d}\Phi_{S_{\Gamma}}}{\mathrm{d}t}\,. \tag{1.6.11}$$

Ținând seama de relațiile de definiție ale celor două mărimi, se obține forma explicită

$$\oint_{\Gamma} \overline{E}\,\overline{\mathrm{d}s} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{S_{\Gamma}} \overline{B}\,\overline{n}_{S_{\Gamma}}\,\mathrm{d}A\,, \tag{1.6.12}$$

în care elementul de arc $\overline{\mathrm{d}s}$ pe curba Γ şi versorul normalei $\overline{n}_{S_{\Gamma}}$ la suprafața S_{Γ} sunt asociate după regula burghiului drept (Fig. 1.2.2).

Dezvoltând derivata substanțială pentru medii în mişcare şi ținând seama de forma locală a legii fluxului magnetic, se obține următoarea formă integrală dezvoltată a legii:

$$\oint_{\Gamma} \overline{E}\,\overline{ds} = -\int_{S_{\Gamma}} \frac{\partial \overline{B}}{\partial t}\overline{n}_{S_{\Gamma}}\,dA - \int_{S_{\Gamma}} rot\left(\overline{B}\mathrm{x}\overline{v}\right)\overline{n}_{S_{\Gamma}}\,dA = e_t + e_m\,, \tag{1.6.13}$$

unde e_t se numeşte t.e.m. indusă prin transformare, iar e_m – t.e.m. indusă prin mişcare.

În domenii de continuitate şi netezime a proprietăților fizice locale, aplicând teorema lui Stokes membrului stâng al ecuației (1.6.13), se obține forma locală a legii:

$$rot\overline{E} = -\frac{\partial \overline{B}}{\partial t} + rot\left(\overline{v}\mathrm{x}\overline{B}\right). \tag{1.6.14}$$

Pentru medii imobile, ecuația devine

$$rot\overline{E} = -\frac{\partial \overline{B}}{\partial t}\,, \tag{1.6.15}$$

cunoscută sub numele de a doua ecuație a lui Maxwell.

La suprafețe de discontinuitate se conservă componenta tangențială a intensității câmpului electric:

$$E_{t2} = E_{t1}\,. \tag{1.6.16}$$

Aplicații.

1. *Principiul producerii t.e.m. alternative.* Funcționarea generatoarelor de c.a. are la bază fenomenul inducției electromagnetice, care se produce ca urmare a existenței unui câmp magnetic învârtitor (produs de rotorul maşinii care este un electromagnet rotit de turbină) ce întretaie spirele înfăşurării statorice în care induce t.e.m. datorită componentei e_m.

2. *Principiul transformatorului electric*. Datorită variației fluxului magnetic din primar, în secundarul transformatorului se induce prin transformare (e_t) o t.e.m. de aceeaşi frecvență cu cea a mărimilor primare.

3. *În regim static şi în regim staționar* legea inducției electromagnetice are forma:

$$e_{\Gamma} = \oint_{\Gamma} \overline{E}\,\overline{\mathrm{d}s} = 0\,,$$

numită teorema potențialului electrostatic, respectiv electrocinetic staționar.

Considerând curba Γ o buclă a unui circuit electric şi descompunând-o într-o sumă de curbe deschise C_k, ce urmăresc tensiunile la bornele laturilor care formează bucla, se obține:

$$e_\Gamma = \int_\Gamma \overline{E}\,\overline{\mathrm{d}s} = \sum_k \int_{C_k} \overline{E}\,\overline{\mathrm{d}s} = \sum_{l_k \in b_h} (\mathrm{A})\, u_k = 0\,,$$

relație ce reprezintă *teorema a doua a lui Kirchhoff*: *suma algebrică a tensiunilor la bornele laturilor l_k ce aparțin buclei b_h este nulă.*

1.6.4. Legea circuitului magnetic

Enunț: ”*Tensiunea magnetomotoare de-a lungul unei curbe închise G este egală cu suma dintre solenația corespunzătoare curenților de conducție care străbat o suprafață deschisă* S_Γ*, mărginită de curba G şi viteza de creştere a fluxului electric prin suprafața respectivă*”:

$$u_{mm\Gamma} = \Theta_{S_\Gamma} + \frac{\mathrm{d}\Psi_{S_\Gamma}}{\mathrm{d}t}\,. \tag{1.6.17}$$

Al doilea termen din partea dreaptă a ecuației se numeşte *curent hertzian*.

Folosind relațiile de definiție ale mărimilor, se obține forma integrală explicită a legii:

$$\int_\Gamma \overline{H}\,\overline{\mathrm{d}s} = \int_{S_\Gamma} \overline{J}\,\overline{n}_{S_\Gamma}\mathrm{d}A + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{S_\Gamma} \overline{D}\,\overline{n}_{S_\Gamma}\mathrm{d}A\,, \tag{1.6.18}$$

în care elementul de arc $\overline{\mathrm{d}s}$ pe curba Γ şi versorul normalei $\overline{n}_{S_\Gamma}$ la suprafața S_Γ sunt asociate după regula burghiului drept (Fig. 1.2.2).

În cazul corpurilor imobile relația are forma:

$$\int_\Gamma \overline{H}\,\overline{\mathrm{d}s} = \int_{S_\Gamma} \overline{J}\,\overline{n}_{S_\Gamma}\mathrm{d}A + \int_{S_\Gamma} \frac{\partial \overline{D}}{\partial t}\overline{n}_{S_\Gamma}\mathrm{d}A\,, \tag{1.6.19}$$

termenul al doilea din partea dreaptă fiind numit *curent de deplasare*.

Se numeşte regim cvasistaționar regimul variabil în care se poate neglija curentul de deplasare din legea circuitului magnetic, peste tot, cu excepția dielectricului condensatoarelor.

În domenii de continuitate şi netezime a proprietăților fizice, aplicând teorema lui Stokes membrului stâng şi în ipoteza corpurilor imobile, se obține forma locală a legii:

$$rot\overline{H} = \overline{J} + \frac{\partial \overline{D}}{\partial t}\,, \tag{1.6.20}$$

numită prima ecuație a lui Maxwell.

La suprafețele de discontinuitate forma locală este:

$$H_{t2} - H_{t1} = J_s\,. \tag{1.6.21}$$

Dacă pe suprafața de discontinuitate nu există pânze de curent, are loc conservarea componentelor tangențiale ale intensității câmpului magnetic:

$$H_{t2} = H_{t1}\,. \tag{1.6.22}$$

Observație:

Solenația are următoarea semnificație:

- pentru o suprafață S_G perpendiculară pe axa unui conductor parcurs de curentul electric de conducție *i*, şi a cărei arie este cel puțin egală cu cea a conductorului: $\Theta_{S_\Gamma} = i$;
- dacă aria suprafeței S_G este mai mică decât cea a conductorului: $\Theta_{S_\Gamma} = JA_{S_\Gamma} = i\dfrac{A_{S_\Gamma}}{A_{cond}}$;
- dacă S_G taie cele *N* spire, parcurse de curentul *i*, ale unei bobine: $\Theta_{S_\Gamma} = N\,i$.

Aplicații.

- *În regim staționar* legea capătă forma:

$$u_{mm\Gamma} = \Theta_{S_\Gamma}, \tag{1.6.23}$$

respectiv

$$\int_\Gamma \overline{H}\,\overline{\mathrm{d}s} = \int_{S_\Gamma} \overline{J}\,\overline{n}_{S_\Gamma}\,\mathrm{d}A, \tag{1.6.24}$$

numită *teorema lui Ampère*.

- *Calculul intensității câmpului magnetic* produs de un conductor cilindric circular de rază *a*, rectiliniu, infinit, parcurs de curentul i, uniform distribuit pe secțiunea sa (Fig. 1.6.9).

Aplicând teorema lui Ampère şi calculând pe rând cei doi termeni, se obține:

$$u_{mm\Gamma}(r) = \int_\Gamma \overline{H}\,\overline{\mathrm{d}s} = \int_\Gamma H\mathrm{d}s = H\int_\Gamma \mathrm{d}s = H \cdot 2\pi r,$$

oricare ar fi *r* în raport cu *a*.

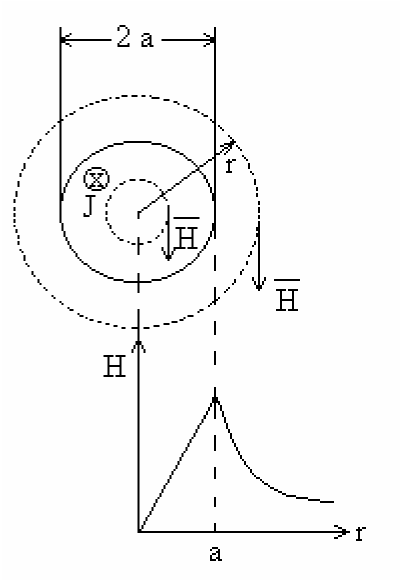


Fig. 1.6.9

Solenația se calculează în cele două domenii:

$$\Theta(r) = \begin{cases} J_0\pi r^2 = \dfrac{i}{\pi a^2}\pi r^2 = i\dfrac{r^2}{a^2}, & r < a, \\ i, & r \geq a \end{cases}$$

Egalând termenii din teoremă se obține:

$$H(r) = \begin{cases} \dfrac{ir}{2\pi a^2}, & r < a \\ \dfrac{i}{2\pi r}, & r \geq a \end{cases}.$$

Variația lui *H*(*r*) este prezentată în Fig. 1.6.9

1.6.5. Legea conservării sarcinii electrice.

Dacă se consideră o suprafață închisă Σ care trece prin dielectrici (nu este străbătută de curenți de conducție), sarcina electrică în interiorul suprafeței (reprezentând un sistem izolat) rămâne constantă

$$q_{\Sigma} = ct., \qquad (1.6.25)$$

oricare ar fi fenomenele care se produc în interiorul suprafeței:

Dacă suprafața intersectează şi conductoare parcurse de curent electric de conducție, *“intensitatea curentului de conducție care părăseşte suprafața S este egală în fiecare moment cu viteza de scădere a sarcinii electrice adevărate localizată în volumul delimitat de S”*.

$$i_{\Sigma} = -\frac{\mathrm{d}q_{V_{\Sigma}}}{\mathrm{d}t}. \qquad (1.6.26)$$

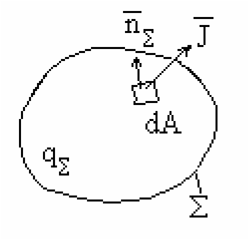


Fig. 1.6.10

Folosind relațiile de definiție, legea capătă forma integrală

$$\int_{\Sigma} \overline{J}\,\overline{n}_{\Sigma} \mathrm{d}A = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{V_{\Sigma}} r_V \mathrm{d}V. \qquad (1.6.27)$$

În regim electrocinetic staționar (regim de c.c.) sarcina electrică este constantă, iar relațiile de mai sus capătă formele:

$$i_{\Sigma} = 0, \quad \text{respectiv} \quad div\overline{J} = 0, \qquad (1.6.28)$$

cunoscute sub numele de *teorema continuității liniilor de curent continuu*.

Interpretare: liniile de curent continuu sunt linii închise, sau curentul continuu circulă numai pe căi închise.

Consecințe:

1. Vectorul densității de curent este tangent la suprafața unui conductor străbătut de curent continuu, deci conductorul este un tub de curent;
2. La trecerea printr-o suprafață de discontinuitate se conservă componenta normală a densității de curent.
3. Dacă suprafața Σ tinde la limită către un nod al unui circuit, în regim electrocinetic staționar şi cvasistaționar

$$i_{\Sigma} = \sum_{l_k \in n_j} (\mathrm{A}) i_k = 0, \qquad (1.6.29)$$

şi reprezintă *teorema întâi a lui Kirchhoff*, cu enunțul: *suma algebrică a curenților din laturile l_k incidente într-un nod n_j al unui circuit electric este nulă.*

1.6.6. Legea conducției electrice (legea lui Ohm)

Enunț: “*Suma vectorială dintre intensitatea câmpului electric* $\overline{E}$ *și intensitatea câmpului electric imprimat* $\overline{E_i}$ *din interiorul unui conductor izotrop este proporțională în fiecare punct cu densitatea curentului electric de conducție din acel punct*”:

$$\overline{E} + \overline{E_i} = r\,\overline{J}\,, \qquad (1.6.30)$$

constanta de proporționalitate ρ fiind o mărime scalară dependentă de natura materialului şi de temperatură, numită *rezistivitate*. Relația (1.6.30) reprezintă forma locală a legii conducției electrice şi mai poate fi scrisă sub forma:

$$\overline{J} = s\left(\overline{E} + \overline{E_i}\right), \qquad (1.6.31)$$

unde σ =1/ρ se numeşte *conductivitate* electrică.

Consecințe:

1. În conductoarele perfect omogene din punct de vedere structural, mecanic, termic şi chimic, şi neaccelerate, în care $\overline{E_i} = 0$, legea conducției electrice are forma:

   $$\overline{E} = r\,\overline{J} \quad \text{sau} \quad \overline{J} = s\,\overline{E}$$

2. Pentru conductoare în regim electrostatic, fiind valabilă condiția

   $$\overline{J} = 0\,,$$

   forma locală a legii devine:

   $$\overline{E} + \overline{E_i} = 0\,,$$

   relație numită *condiția de echilibru electrostatic*. În cazul conductoarelor perfect omogene şi neaccelerate, relația capătă forma:

   $$\overline{E} = 0\,.$$

3. Într-un conductor aflat în astfel de condiții câmpul electric este peste tot nul. Aceasta explică fenomenul de influență electrostatică (vezi $ 1.5).

În teoria circuitelor electrice prezintă o mare importanță forma integrală a legii lui Ohm care se obține prin integrarea relației (1.6.30) de-a lungul unei porțiuni neramificate de conductor, între punctele A şi B de-a lungul fibrei medii (curba *C* din Fig. 1.6.11):

$$\int_{A(C)}^{B} \overline{E}\,\overline{ds} + \int_{A(C)}^{B} \overline{E_i}\,\overline{ds} = \int_{A(C)}^{B} r\,\overline{J}\,\overline{ds} \qquad (1.6.32)$$

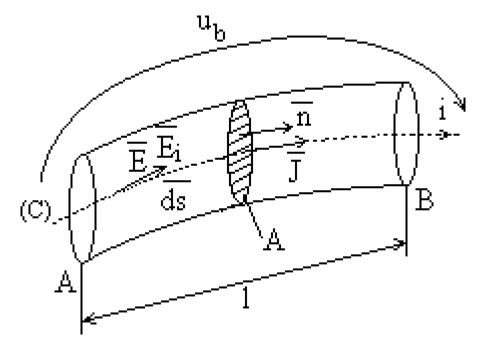


Fig. 1.6.11

Ținând seama de definițiile mărimilor derivate, relația se poate scrie sub forma:

$$u_b + e_i = \int_C r \frac{i}{A} \mathrm{d}s = i \int_C \frac{r}{A} \mathrm{d}s \,. \qquad (1.6.33)$$

Pentru conductoare omogene (r = ct.) cu secțiune A = ct., se obține forma integrală a legii lui Ohm pentru laturi de circuit active (având şi surse de câmp electric imprimat), numită şi caracteristica ***u***(***i***) a laturii:

$$u_b + e_i = R \cdot i \,, \qquad (1.6.34)$$

unde:

$$R = r \frac{l}{A} \qquad (1.6.35)$$

reprezintă *rezistența electrică* a porțiunii neramificate de circuit de lungime l şi secțiune A şi se măsoară în ohmi [Ω]. În teoria circuitelor cu parametri concentrați relația (1.6.34) se asociază laturii reprezentate în figura 1.6.12.

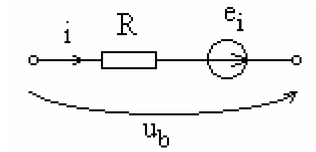


Fig. 1.6.12

Relația (1.6.34) se mai poate scrie sub forma:

$$i = G(u_b + e_i) \,, \qquad (1.6.36)$$

numită caracteristica ***i***(***u***) a laturii. Mărimea $G = 1/R$ se numeşte *conductanță* şi se măsoară în *siemens* [S].

1.6.7. Legea transformării energiei electromagnetice în procesul conducției electrice (legea lui Joule).

"*Densitatea de volum a puterii cedată de câmpul electromagnetic unui conductor aflat în stare electrocinetică este egală în orice punct cu produsul scalar dintre intensitatea câmpului electric şi densitatea curentului electric de conducție*":

$$p_j = \overline{E}\,\overline{J} \qquad (1.6.37)$$

Ținând seama de legea conducției electrice, relația mai poate fi scrisă sub forma:

$$p_j = \left(r\,\overline{J} - \overline{E_i}\right)\overline{J} = r\; J^2 - \overline{E_i}\,\overline{J} = p_R - p_e \,, \qquad (1.6.38)$$

unde $p_R = r\; J^2 > 0$ şi corespunde căldurii disipate în conductor prin efectul electrocaloric al curentului de conducție (efect Joule-Lenz), iar $p_e = \overline{E_i}\,\overline{J}$ reprezintă densitatea de putere cedată de sursele de câmp imprimat în procesul de conducție.

După cum vectorii $\overline{E_i}$ şi $\overline{J}$ sunt omoparaleli, respectiv antiparaleli, $p_e > 0$, puterea fiind cedată, respectiv $p_e < 0$, puterea fiind primită.

Forma integrală a legii se obține prin integrarea densității de putere pe volumul conductorului filiform, ținând seama că toți vectorii sunt paraleli (Fig. 1.6.13):

$$P_J = \int_V p_j \mathrm{d}V = \int_V \left(\overline{E}\,\overline{J}\right)\left(\overline{n}A\overline{\mathrm{d}s}\right) = \int_V \left(\overline{E}\overline{\mathrm{d}s}\right)\left(\overline{J}\,\overline{n}A\right) = \int_C \left(\overline{E}\overline{\mathrm{d}s}\right)\int_S \left(\overline{J}\,\overline{n}A\right) = u_b i. \qquad (1.6.39)$$

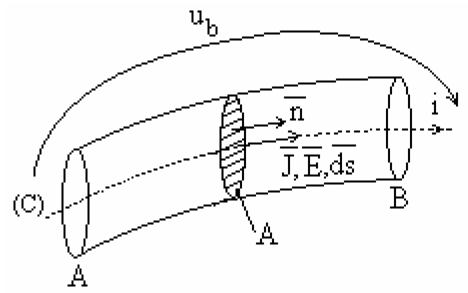


Fig. 1.6.13

Relația (1.6.39) arată că "*puterea totală cedată de câmpul electromagnetic unei porțiuni de conductor filiform în procesul de conducție electrică este egală cu produsul dintre tensiunea electrică la bornele conductorului și intensitatea curentului electric care-l parcurge*."

Ținând seama de forma integrală a legii conducției electrice, relația (1.6.39) se scrie sub forma:

$$P_J = u_b i = R\,i^2 - e_i i = P_R - P_e, \qquad (1.6.40)$$

unde $P_R = R\,i^2$ reprezintă puterea disipată în conductor sub formă de căldură, iar $P_e = e_i i$ este puterea generată de sursa de câmp electric imprimat (Fig. 1.6.12) cu t.e.m. e_i, când este parcursă de curentul electric de conducție i.

Dacă e_i și i au același sens, $P_e>0$ și sursa cedează energie circuitului, iar dacă e_i și i au sens invers, $P_e<0$ și sursa primește energie din circuit.

Unitatea de măsură a puterii se numește *watt* [W]. Integrala de timp a puterii se numește energie. În energetică energia electrică se măsoară în *kilowattoră* [kWh]. Relația dintre diferitele unități de măsură este:

$$1\text{kWh} = 3{,}6 \cdot 10^6\,\text{Ws} \approx 860\,\text{kcal}.$$

1.6.8. Legea legăturii în câmp electric

"*În orice moment de timp și în orice loc, indiferent de regimul de variație al mărimilor, între vectorul intensității câmpului electric, al inducției electrice și al polarizației, există relația*":

$$\overline{D} = e_0 \overline{E} + \overline{P}, \qquad (1.6.41)$$

unde $e_0 = \dfrac{1}{4p \cdot 9 \cdot 10^9}\,[\text{F/m}]$ este constanta universală numită *permitivitatea vidului*.

1.6.9. Legea polarizației temporare

Aceasta este o lege de material care exprimă dependența componentei temporare a polarizației de intensitatea câmpului electric:

$$\overline{P_t} = f\left(\overline{E}\right) \qquad (1.6.42)$$

Pentru materialele izotrope și liniare din punct de vedere electric, categorie din care fac parte cele mai multe din materialele dielectrice folosite în industria electrotehnică, această dependență este dată de relația:

$$\overline{P_t} = e_0 c_e \overline{E}, \qquad (1.6.43)$$

în care c_e este susceptivitatea electrică a materialului, mărime adimensională, depinzând de natura materialului şi de condiții neelectrice (temperatură, presiune etc.). Aceste materiale nu prezintă polarizație permanentă.

În aplicații legea polarizației temporare se combină cu legea legăturii în câmp electric. Astfel:

$$\overline{D} = e_0\overline{E} + \overline{P} = e_0\overline{E} + \overline{P}_t = e_0\overline{E} + e_0 c_e \overline{E} = e_0(1 + c_e)\overline{E}\,. \qquad (1.6.44)$$

Notând $1 + c_e = e_r$ permitivitatea relativă a materialului şi $e_0 e_r = e$ permitivitatea sa absolută, relația (1.6.44) devine:

$$\overline{D} = e\overline{E}\,. \qquad (1.6.45)$$

1.6.10. Legea legăturii în câmp magnetic

”*În orice moment de timp şi în orice loc, indiferent de regimul de variație al mărimilor, între vectorul intensității câmpului magnetic, al inducției magnetice şi al magnetizației, există relația*”:

$$\overline{B} = m_0\left(\overline{H} + \overline{M}\right), \qquad (1.6.46)$$

unde $m_0 = 4p \cdot 10^{-7}\,[\mathrm{H/m}]$ este o constantă universală numită *permeabilitatea vidului*.

1.6.11. Legea magnetizației temporare

Această lege de material exprimă dependența componentei temporare a magnetizației de intensitatea câmpului magnetic:

$$\overline{M}_t = f\left(\overline{H}\right) \qquad (1.6.47)$$

Pentru materialele izotrope şi liniare din punct de vedere magnetic, categorie din care fac parte toate materialele feromagnetice cu excepția magneților permanenți, această dependență este dată de relația:

$$\overline{M}_t = c_m\overline{H}\,, \qquad (1.6.48)$$

în care c_m este susceptivitatea magnetică a materialului, mărime adimensională, depinzând de natura materialului, de starea lui de deformare şi de temperatură.

În tehnică legea se foloseşte în combinație cu legea legăturii în câmp magnetic:

$$\overline{B} = m_0\left(\overline{H} + \overline{M}\right) = m_0\left(\overline{H} + \overline{M}_t\right) = m_0\left(\overline{H} + c_m\overline{H}\right) = m_0(1 + c_m)\overline{H}\,. \qquad (1.6.49)$$

Notând $1 + c_m = m_r$ permitivitatea relativă a materialului şi $m_0 m_r = m$ permitivitatea sa absolută, relația (1.6.49) devine:

$$\overline{B} = m\overline{H}\,. \qquad (1.6.50)$$

Observații:

1. Materialele magnetice se clasifică în:

- *Materiale neferomagnetice* (din care fac parte: Cu, Ag, Al, Pt, aerul) caracterizate printr-o relație (1.6.50) liniară şi printr-o valoare a permeabilității relative $m_r \approx 1$, ceea ce înseamnă o permeabilitate absolută $m \approx m_0$.

- *Materiale feromagnetice* (Fe, Co, Ni, Ga şi unele aliaje) pentru care relația (1.6.50) este neliniară ca urmare a dependenței permeabilității μ de intensitatea câmpului magnetic *H*. Caracteristica *B*(*H*) numită curbă de histerezis magnetic este reprezentată în Fig. 1.6.14.

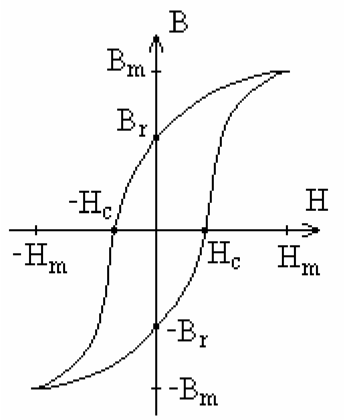


Fig. 1.6.14

Aria închisă de ciclul de histerezis corespunde unei densități de volum a energiei care se transformă în căldură, prin frecări interne, la fiecare parcurgere a ciclului. Ea este proporțională cu energia de magnetizare a acestor materiale.

Caracteristic pentru aceste materiale este valoarea foarte ridicată a permeabilității relative (de ordinul $10^2 \ldots 10^5$), ceea ce, conform relației (1.6.50) determină obținerea unor inducții magnetice (respectiv a unor energii magnetice) de valoare mare, la valori relativ reduse ale intensității câmpului magnetic.

La suprafața de separație dintre un corp feromagnetic şi unul neferomagnetic, liniile de câmp magnetic ies perpendicular pe suprafața corpului feromagnetic.

2. După forma ciclului de histerezis materialele feromagnetice se clasifică în:

- *Materiale magnetice moi*, caracterizate printr-un ciclu de histerezis îngust. Aceste materiale se magnetizează şi se demagnetizează relativ uşor; ele se folosesc pentru realizarea circuitelor magnetice ale maşinilor, aparatelor şi transformatoarelor electrice. Din această categorie fac parte: Fe pur, Ol electrotehnic (aliat cu 4% Si), diverse aliaje (Permalloy, Supermalloy). În afara proprietăților magnetice, aceste materiale au şi proprietăți conductoare, ceea ce face ca în timpul funcționării, în circuitele magnetice ale dispozitivelor respective să apară două categorii de pierderi: prin histerezis (P_H) şi prin curenții turbionari (curenți Foucault) care se induc în aceste materiale (P_F).

- *Materiale magnetice dure*, care au un ciclu de histerezis larg. Aceste materiale se magnetizează şi se demagnetizează relativ greu; ele se folosesc pentru realizarea magneților permanenți. Din această categorie fac parte Ol călit (cu 1% C), Ol-Cr, Ol-W), Alnico etc.

- *Materiale ferimagnetice* (sau *ferite*) cu o structură asemănătoare celor feromagnetice, dar fiind materiale semiconductoare, caracterizate prin rezistivitate mare ($10^2 \ldots 10^6$ Ωm). Feritele tehnice sunt materiale ceramice obținute prin sinterizare în câmpuri magnetice. Ele pot fi moi sau dure.

  - *Feritele magnetice moi* se pot folosi în dispozitivele de frecvență joasă sau înaltă ca piese masive, datorită faptului că fiind dielectrice, în ele nu se produc pierderi

prin curenți turbionari. Se folosesc pentru realizarea circuitelor magnetice ale maşinilor electrice mici, miezuri de bobine, transformatoare sau ca antene magnetice (ferite de Mn-Zn sau Ni-Zn la care permeabilitatea maximă se atinge la temperaturi de aproximativ 30^0 C).

- *Feritele magnetice dure* se folosesc pentru realizarea magneților permanenți (în maşini electrice, în difuzoare etc.) sau a memoriilor magnetice (ferite de Ba sau Co – maniperm, magnadur, baferit etc.).

1.6.12. Legea electrolizei

Această lege caracterizează electroliții (conductoare de speța a doua în care trecerea curentului de conducție este însoțită de reacții chimice) şi se enunță astfel: "*Masa de substanță depusă în unitatea de timp la unul din electrozii unei băi electrolitice parcursă de curent de conducție, este egală cu produsul dintre intensitatea curentului electric i şi raportul dintre echivalentul electrochimic* A/n_v*, prin constanta universală a lui Faraday,* F_0":

$$\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}=\frac{A}{n_v F_0}i\,, \tag{1.6.51}$$

în care F_0=96 490 coulombi. În intervalul de timp t, masa m are expresia:

$$m=\frac{A}{n_v F_0}\int_0^t i\mathrm{d}t=\frac{Aq}{n_v F_0}\,, \tag{1.6.52}$$

în care $q=\int_0^t i\mathrm{d}t$ este sarcina electrică, iar echivalentul electrochimic al substanței este o mărime de material.

1.7. ENERGIA ŞI FORȚELE CÂMPULUI ELECTROSTATIC

1.7.1. Energia câmpului electrostatic

Energia câmpului electrostatic al unui sistem de corpuri conductoare se poate determina pe baza principiului conservării energiei, conform căruia: energia elementară $\mathrm{d}W_{ext}$ primită de un sistem din exterior într-o transformare, este egală cu suma dintre lucrul mecanic elementar δL efectuat de sistem, căldura elementară δQ dezvoltată, creşterea elementară $\mathrm{d}W_e$ a energiei sistemului şi energia elementară $\mathrm{d}W_t$ transformată în alte forme:

$$\mathrm{d}W_{ext}=dL+dQ+\mathrm{d}W_e+\mathrm{d}W_t\,. \tag{1.7.1}$$

Dacă transformarea elementară se efectuează foarte lent şi izoterm, pentru a avea o succesiune de stări electrostatice, fără dezvoltare sau transfer de căldură, şi dacă nu se efectuează lucru mecanic, atunci:

$$\mathrm{d}W_{ext}=\mathrm{d}W_e\,. \tag{1.7.2}$$

În procesul de stabilire a câmpului electrostatic, lucrul mecanic elementar al forțelor exterioare necesar transportării sarcinii elementare de la ∞ până pe suprafața conductoarelor este, pentru conductorul k:

$$dL_{kext}=V_k\,\mathrm{d}q_k\,. \tag{1.7.3}$$

Lucrul mecanic total necesar încărcării cu sarcini elementare a tuturor conductoarelor este:

$$dL_{ext}=\sum_{k=1}^{n}dL_{kext}=\sum_{k=1}^{n}V_k\,\mathrm{d}q_k\,. \tag{1.7.4}$$

În regim electrostatic, sistemul primeşte energie din exterior numai sub formă de lucru mecanic al forțelor exterioare:

$$\mathrm{d}W_{ext} = dL_{ext}, \tag{1.7.5}$$

şi ținând seama de relațiile (1.7.2) şi(1.7.4) rezultă:

$$\mathrm{d}W_e = \sum_{k=1}^{n} V_\mathrm{k}\, \mathrm{d}q_k\ . \tag{1.7.6}$$

Considerând starea intermediară a conductoarelor caracterizată de sarcinile şi potențialele $q_k^{'} = l q_k$, respectiv $V_k^{'} = l V_k$, cu $l \in (0,1)$, valorile extreme corespunzând stării inițiale, respectiv finale, şi integrând relația (1.7.6), se obține expresia energiei electrostatice

$$W_e = \int_{l=0}^{l=1} \sum_{k=1}^{n} V_k^{'} \mathrm{d}q_k^{'} = \left(\sum_{k=1}^{n} V_k q_k \right) \int_0^1 l\, \mathrm{d}\, l = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n} V_k q_k\ . \tag{1.7.7}$$

În cazul particular al unui condensator

$$W_e = \frac{1}{2}\left(qV_1 - qV_2\right) = \frac{1}{2} qU = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{q^2}{2C}. \tag{1.7.8}$$

1.7.2. Densitatea de volum a energiei câmpului electrostatic

Energia câmpului electrostatic este localizată în tot domeniul ocupat de câmpul electrostatic cu o densitate de volum care se poate exprima în funcție de mărimile de stare ale câmpului electric cu una din relațiile:

$$w_e = \frac{1}{2} \overline{E}\overline{D} = \frac{1}{2} e\, E^2 = \frac{1}{2e} D^2. \tag{1.7.9}$$

Expresiile de mai sus sunt valabile numai în medii liniare şi fără polarizație permanentă.

1.7.3. Teoremele forțelor generalizate în câmp electric

Teorema lui Coulomb permite calculul forțelor care se exercită asupra corpurilor în câmp electrostatic numai pentru medii omogene, liniare şi izotrope. O metodă generală de calcul a forțelor electrostatice (şi a forțelor electrice în regim variabil) are la bază principiul conservării energiei (relația 1.7.1).

Considerând că asupra corpurilor conductoare se exercită forțe generalizate *X*, care determină transformări elementare d*x* ale corpurilor, lucrul mecanic elementar efectuat de un corp se exprimă sub forma:

$$dL = X\, \mathrm{d}x, \tag{1.7.10}$$

unde forța generalizată *X* (acționând pe direcția de creştere a lui d*x*) poate fi: o forță de deplasare, un cuplu, o presiune, o tensiune superficială şi coordonata generalizată asociată, d*x*, va fi o distanță, un unghi, un volum sau o arie.

Dacă transformările elementare sunt efectuate în regim electrostatic, energia elementară primită de sistem de la sursele exterioare

$$\mathrm{d}W_{ext} = \sum_{\mathrm{k}=1}^{\mathrm{n}} V_k \mathrm{d}q_k\ , \tag{1.7.11}$$

este egală conform relației (1.7.1) cu suma dintre lucrul mecanic elementar efectuat de sistem şi creşterea elementară a energiei electrostatice a sistemului:

$$\mathrm{d}W_{ext} = dL + \mathrm{d}W_e. \tag{1.7.12}$$

Calculul forței generalizate se poate face pe baza relației (1.7.12) în două ipoteze:

- *Sistemul este izolat.* Aceasta implică:

$$q_k = ct. \quad \Rightarrow \quad \mathrm{d}q_k = 0 \tag{1.7.13}$$

şi ținând seama de (1.7.11) şi (1.7.12), rezultă:

$$dL = -(\mathrm{d}W_e)_{q=ct.}, \tag{1.7.14}$$

adică lucrul mecanic este efectuat pe baza scăderii energiei electrostatice interne a sistemului.

Exprimând energia electrostatică în funcție numai de sarcinile electrice şi de coordonata generalizată (în cazul unui condensator $W_e = \dfrac{q^2}{2C(x)}$) şi ținând seama de (1.7.13) se obține:

$$(dW_e)_{q=ct.} = \frac{\partial W_e}{\partial x}\mathrm{d}x. \tag{1.7.15}$$

Relațiile (1.7.10), (1.7.14) şi (1.7.15) conduc la prima teoremă a forțelor generalizate în câmp electrostatic:

$$X = -\left(\frac{\partial W_e}{\partial x}\right)_{q=ct.}. \tag{1.7.16}$$

Deci: "*Forța generalizată X asociată coordonatei generalizate x este egală cu derivata parțială cu semn schimbat a energiei electrostatice a sistemului (exprimată în funcție numai de sarcinile electrice şi coordonata generalizată), în raport cu coordonata generalizată x, la sarcini constante ale conductoarelor.*"

- *Sistemul are potențialele fixate* (conductoarele sunt conectate la surse de tensiune), adică:

$$V_k = ct. \quad \Rightarrow \quad \mathrm{d}V_k = 0. \tag{1.7.17}$$

Din ecuația de bilanț rezultă:

$$(\mathrm{d}W_e)_{V=ct.} = \mathrm{d}\left(\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} V_k q_k\right)_{V=ct.} = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} V_k \mathrm{d}q_k = \frac{1}{2}\mathrm{d}W_{ext}, \tag{1.7.18}$$

adică energia primită de sistem de la sursele exterioare se distribuie în mod egal pentru efectuarea de lucru mecanic şi pentru creşterea energiei electrostatice a sistemului, iar

$$dL = \mathrm{d}W_{ext} - (\mathrm{d}W_e)_{V=ct.} = (dW_e)_{V=ct.}. \tag{1.7.19}$$

Exprimând energia electrostatică în funcție numai de potențiale şi de coordonata generalizată (în cazul unui condensator $W_e = \dfrac{C(x)\,U^2}{2}$) şi ținând seama de relațiile (1.7.10), (1.7.17) şi (1.7.19) rezultă a doua teoremă a forțelor generalizate în câmp electrostatic:

$$X = \left(\frac{\partial W_e}{\partial x}\right)_{V=ct.}, \tag{1.7.20}$$

adică: "*Forța generalizată X asociată coordonatei generalizate x este egală cu derivata parțială a energiei electrostatice a sistemului (exprimată în funcție numai de potențialele electrice şi coordonata generalizată), în raport cu coordonata generalizată x, la potențiale constante ale conductoarelor*".

Observații:

1. Pentru sistemele liniare, cele două expresii ale forței generalizate sunt echivalente.
2. Forțele electrostatice au valori mici, ceea ce face ca aplicațiile lor tehnice să se înscrie într-un domeniu limitat la construcția aparatelor de măsură şi a unor traductoare.

1.8. ENERGIA ŞI FORȚELE CÂMPULUI MAGNETIC

1.8.1. Energia câmpului magnetic

Se consideră un sistem de *n* circuite electrice filiforme, caracterizate de rezistențele electrice, tensiunile la borne, curenții şi fluxurile magnetice R_k, u_k, i_k, Φ_k (Fig. 1.8.1)

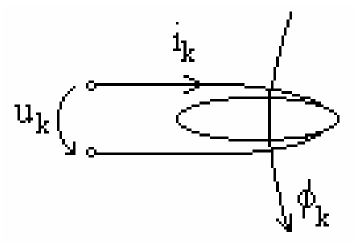


Fig.1.8.1

Energia magnetică a sistemului poate fi calculată pe baza principiului conservării energiei, conform căruia energia primită de la surse trebuie să acopere pierderile prin efect Joule în rezistențele circuitelor, lucrul mecanic al forțelor generalizate şi creşterea energiei magnetice a sistemului:

$$\sum_{k=1}^{n} u_k i_k \mathrm{d}t = \sum_{k=1}^{n} R_k i_k^2 \mathrm{d}t + dL + \mathrm{d}W_m. \qquad (1.8.1)$$

Dacă se aplică legea conducției electrice, pentru circuitul *k* se obține:

$$u_{fk} + e_{ik} = R_k i_k, \qquad (1.8.2)$$

unde u_{fk} este tensiunea electrică în lungul firului, iar e_{ik} reprezintă t.e.m. a circuitului, considerată nulă. Legea inducției electromagnetice, aplicată conturului închis format din conductorul circuitului *k* şi linia tensiunii la borne, are forma:

$$e_\Gamma = u_{fk} - u_k = -\frac{\mathrm{d}\Phi_k}{\mathrm{d}t}. \qquad (1.8.3)$$

Considerând fluxurile magnetice variabile în timp, din ultimele două ecuații se obține:

$$u_k = R_k i_k + \frac{\mathrm{d}\Phi_k}{\mathrm{d}t}. \qquad (1.8.4)$$

Înmulțind relația (1.8.4) cu $i_k\mathrm{d}t$ şi sumând pentru toate circuitele, rezultă relația:

$$\sum_{k=1}^{n} u_k i_k \mathrm{d}t = \sum_{k=1}^{n} R_k i_k^2 \mathrm{d}t + \sum_{k=1}^{n} i_k \mathrm{d}\Phi_k . \qquad (1.8.5)$$

Comparând relațiile (1.8.1) şi (1.8.5) se obține:

$$dL + \mathrm{d}W_m = \sum_{k=1}^{n} i_k \mathrm{d}\Phi_k . \qquad (1.8.6)$$

Considerând că în sistem au loc transformări în care nu se efectuează lucru mecanic (circuitele sunt imobile), iar într-o stare intermediară curenții şi fluxurile magnetice satisfac relațiile $i_k^{'} = l\, i_k$, respectiv $\Phi_k^{'} = l\Phi_k$, cu $l \in [0,1]$, prin integrarea relației (1.8.6) se obține:

$$W_m = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}\Phi_k i_k \tag{1.8.7}$$

În particular, pentru o bobină, $n = 1$, $\Phi = Li$ şi

$$W_m = \frac{1}{2}\Phi i = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{\Phi^2}{2L}, \tag{1.8.8}$$

iar pentru două bobine cuplate magnetic

$$W_m = \frac{1}{2}L_{11}i_1^2 + \frac{1}{2}L_{22}i_2^2 + L_{12}i_1 i_2\,. \tag{1.8.9}$$

Primul termen reprezintă energia magnetică proprie a bobinei 1, al doilea - energia magnetică proprie a bobinei 2, iar al treilea – energia magnetică de interacțiune a bobinelor.

În general, pentru un circuit oarecare parcurs de curentul *i*, situat într-un câmp magnetic exterior, energia de interacțiune este:

$$W_{\text{int}} = i\Phi_{ext}\,. \tag{1.8.10}$$

1.8.2. Densitatea de volum a energiei câmpului magnetic

Energia câmpului magnetic este localizată în tot domeniul ocupat de câmp cu o densitate de volum care se poate exprima în funcție de mărimile de stare ale câmpului magnetic prin una din expresiile:

$$w_m = \frac{1}{2}\overline{H}\,\overline{B} = \frac{1}{2}m\,H^2 = \frac{1}{2m}B^2, \tag{1.8.11}$$

valabile numai în medii liniare.

Observație:

Pentru a se compara densitatea de volum a energiei electrice cu cea a energiei magnetice, pentru valori practice ale mărimilor de stare, se determină:

- Densitatea de volum a energiei electrice în cazul unui câmp electric în aer, cu o densitate a câmpului de 10 kV/cm:

  $$w_e = \frac{1}{2}e_0 E^2 \approx 4{,}42 \ \ \text{J/m}^3;$$

- Densitatea de volum a energiei magnetice pentru un câmp magnetic în aer, cu inducția de 1 T:

  $$w_m = \frac{1}{2}\frac{B^2}{m_0} \approx 400.000 \ \ \text{J/m}^3.$$

Se observă că densitatea de volum a energiei magnetice este de aproximativ 90.000 de ori mai mare decât a celei electrice, ceea ce justifică importanța aplicațiilor tehnice şi domeniile largi de utilizare a dispozitivelor magnetice.

1.8.3. Teoremele forțelor generalizate în câmp magnetic

Lucrul mecanic elementar care se efectuează la o deplasare elementară d*x* a unuia din circuitele sistemului, în câmp magnetic, se poate determina din relația (1.8.6):

$$dL = \sum_{k=1}^{n} i_k \mathrm{d}\Phi_k - \mathrm{d}W_m . \qquad (1.8.12)$$

Calculul forței generalizate *X* se poate face în două ipoteze:

- *Fluxurile magnetice sunt menținute constante,* adică $\Phi_k = ct.$ şi $\mathrm{d}\Phi_k = 0$.

În acest caz

$$dL = -(\mathrm{d}W_m)_{\Phi=ct.} \qquad (1.8.13)$$

şi lucrul mecanic se efectuează în baza scăderii energiei magnetice a sistemului.

Exprimând energia magnetică în funcție numai de fluxurile magnetice şi de coordonata generalizată (în cazul unei bobine $W_m = \frac{\Phi^2}{2L(x)}$) şi lucrul mecanic cu relația generală (1.7.10), relația (1.8.13) conduce, în ipoteza de lucru adoptată, la:

$$X = -\left(\frac{\partial W_m}{\partial x}\right)_{\Phi=ct.} , \qquad (1.8.14)$$

relație ce reprezintă prima teoremă a forțelor generalizate în câmp magnetic:
"*Forța generalizată X asociată coordonatei generalizate x este egală cu derivata parțială cu semn schimbat a energiei magnetice a sistemului (exprimată în funcție numai de fluxurile magnetice şi coordonata generalizată), în raport cu coordonata generalizată x, la fluxuri constante.*"

- *Curenții circuitelor sunt menținuți constanți,* adică $i_k = ct.$ şi $\mathrm{d}i_k = 0$.

Se prelucrează relația (1.8.12) în care

$$\mathrm{d}W_m = \mathrm{d}\left(\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} i_k \Phi_k\right) = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} i_k \mathrm{d}\Phi_k , \qquad (1.8.15)$$

obținând

$$dL = \sum_{k=1}^{n} i_k \mathrm{d}\Phi_k - \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} i_k \mathrm{d}\Phi_k = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} i_k \mathrm{d}\Phi_k . \qquad (1.8.16)$$

Este evident că în acest caz

$$dL = (\mathrm{d}W_m)_{i=ct.} , \qquad (1.8.17)$$

şi energia primită de sistem se împarte în mod egal pentru efectuarea de lucru mecanic şi pentru creşterea energiei magnetice a sistemului.

Exprimând energia magnetică în funcție numai de curenți şi de coordonata generalizată (în cazul unei bobine $W_m = \frac{1}{2} L(x) i^2$) şi lucrul mecanic cu relația generală (1.7.10), relația (1.8.17) conduce, în ipoteza de lucru adoptată, la:

$$X = \left(\frac{\partial W_m}{\partial x}\right)_{i=ct.} , \qquad (1.8.18)$$

relație ce reprezintă a doua teoremă a forțelor generalizate în câmp magnetic:
"*Forța generalizată X asociată coordonatei generalizate x este egală cu derivata parțială a energiei magnetice a sistemului (exprimată în funcție numai de curenți şi coordonata generalizată), în raport cu coordonata generalizată x, la curenți constanți.*"

CAP. 2. CIRCUITE ELECTRICE

2.1. BAZELE TEORIEI CIRCUITELOR ELECTRICE

2.1.1. Ipotezele teoriei circuitelor electrice cu parametri concentrați

Regimurile circuitelor electrice se pot studia cu ajutorul ecuațiilor cu derivate parțiale ale câmpului electromagnetic (ecuațiile lui Maxwell) în condiții date. Prin utilizarea elementelor de circuit cu parametri concentrați studiul circuitelor electrice se simplifică; în locul ecuațiilor cu derivate parțiale intervin ecuații diferențiale, mai simplu de rezolvat.

Teoria circuitelor electrice cu parametri concentrați se elaborează prin particularizare din teoria câmpului electromagnetic, în următoarele condiții de aproximare:

1. *Caracterul cvasistaționar al regimului*, care presupune neglijarea curentului de deplasare i_D ($i_D = \frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$) peste tot, cu excepția dielectricului condensatoarelor (asigurând astfel închiderea circuitului). Regimul cvasistaționar este astfel caracterizat prin existența curentului de conducție în conductoare şi a celui de deplasare în condensatoarele cu dielectric perfect izolant.

2. *Localizarea energiei câmpului magnetic* numai în bobine şi a *energiei câmpului electric* numai în condensatoare (deşi i_D stabileşte câmp magnetic în dielectricul condensatoarelor şi câmpul magnetic variabil în timp din bobine produce câmp electric, acestea se vor neglija).

3. *Se admite* că intensitatea curentului care iese dintr-o bornă a unui element de circuit este egală cu intensitatea curentului care intră prin cealaltă bornă. Această condiție presupune că cea mai mare dintre dimensiunile l ale elementului de circuit este mult mai mică decât lungimea de undă cea mai mică, l, care intervine în semnalul electric. Astfel în circuitele electrice cu parametri concentrați curentul electric se stabileşte instantaneu, efectul de propagare fiind neglijabil. Considerând un conductor de lungime l parcurs de curentul

$$i(x,t) = I_m \sin 2pf\left(t - \frac{x}{c}\right), \tag{2.1.1}$$

unde x este variabila spațială, c este viteza de propagare a undei electromagnetice (egală cu viteza luminii), iar f - frecvența, dacă

$$2pf\frac{x}{c} << 1 \text{ , adică } \frac{x}{l} << 1 \Rightarrow \frac{l}{l} << 1 \text{ , cu } l = \frac{c}{f},$$

intensitatea $i(x,t)$ se poate aproxima cu expresia:

$$i(t) \cong I_m \sin 2pft, \tag{2.1.2}$$

valabilă pentru frecvențe joase.

Observație: Pentru frecvențe ridicate sau pentru circuite extinse în spații mari (dimensiunea l este comparabilă cu lungimea de undă a semnalului), propagarea energiei nemaifiind instantanee nu se mai poate neglija variabila spațială. În această situație, în reprezentarea circuitului se utilizează elemente infinit mici repartizate pe toată lungimea acestuia. Se ajunge astfel la circuite cu parametri repartizați (distribuiți).

4. *Caracterul filiform al conductoarelor,* care presupune ca secțiunea transversală pe liniile de curent să fie suficient de mică pentru ca intensitatea curentului să fie repartizată practic uniform pe această secțiune. Această ipoteză implică neglijarea repartiției neuniforme a

curentului variabil în timp pe secțiunea conductorului (efectul pelicular). În acest sens, teoria circuitelor electrice este exclusiv o teorie a elementelor de circuit filiforme.

În regim variabil, satisfacerea condiției caracterului filiform al conductoarelor se reduce la verificarea condiției:

$$a << d = \frac{1}{\sqrt{pfsm}} \quad , \tag{2.1.3}$$

unde: a este dimensiunea liniară cea mai mică a secțiunii transversale a conductorului (dacă este circular, raza acestuia), iar d este adâncimea de pătrundere a undelor electromagnetice în mediul conductor caracterizat prin conductivitatea s şi permeabilitatea m .

2.1.2. Elemente de circuit

Elementele de circuit sunt modele idealizate (prin selectarea numai a uneia dintre proprietățile lor electrice sau magnetice, considerată esențială, şi neglijarea celorlalte), precis definite, cu ajutorul cărora putem reprezenta (modela) dispozitivele electrice şi electronice, care sunt obiecte fizice reale.

Dacă notăm cu $x(t)$ valoarea instantanee a semnalului de intrare aplicat elementului de circuit şi cu $y(t)$ valoarea instantanee a semnalului de ieşire, relația dintre cele două mărimi, care în cazul cel mai general se poate scrie sub forma

$$y(t) = y\bigl(x(t), t\bigr) \ , \tag{2.1.4}$$

se numeşte *ecuație caracteristică* a elementului de circuit.

După tipul ecuației (2.1.4), elementele de circuit se clasifică în:

• *elemente liniare invariabile în timp*:

$$y(t) = Kx(t), \tag{2.1.5}$$

unde K este o constantă.

• *elemente liniare variabile în timp (parametrice)*:

$$y(t) = K(t)x(t). \tag{2.1.6}$$

• *elemente neliniare invariabile în timp*:

$$f\bigl(x(t), y(t)\bigr) = 0 \,. \tag{2.1.7}$$

• *elemente neliniare variabile în timp*:

$$g\bigl(x(t), y(t), t\bigr) = 0 \,. \tag{2.1.8}$$

Un element de circuit este caracterizat printr-o relație între curentul şi tensiunea la bornele sale. Independent de natura perechii de mărimi (x, y), tensiunea $u(t)$ şi intensitatea curentului $i(t)$ sunt univoc determinate la bornele elementului de circuit, iar produsul lor:

$$p(t) = u(t)i(t) \tag{2.1.9}$$

se numeşte *putere instantanee*.

Integrala în raport cu timpul a puterii instantanee pe intervalul (t_1, t_2) se numeşte *energie electrică*

$$W = \int_{t_1}^{t_2} p(t)\mathrm{d}t \,. \tag{2.1.10}$$

Din punctul de vedere al valorilor puterii instantanee, elementele de circuit pot fi clasificate în două categorii:

• *elemente de circuit pasive*, pentru care în orice punct al caracteristicii de funcționare $p > 0$, ceea ce înseamnă că elementul de circuit primeşte putere pe la borne (rezistorul, bobina, condensatorul);

• *elemente de circuit active* (sau surse), pentru care cel puțin într-un punct al caracteristicii de funcționare $p < 0$, ceea ce înseamnă că elementul de circuit cedează putere pe la borne (sursa de tensiune, sursa de curent).

2.1.2.1. Rezistorul

Este un element de circuit a cărui ecuație caracteristică este de forma

$$u_b = u_R = Ri\,. \qquad (2.1.11)$$

a) *Rezistorul liniar invariabil în timp*. Acest element de circuit al cărui simbol este reprezentat în figura 2.1.1,a, are *ecuația caracteristică* (numită şi ecuație *constitutivă*)

$$u(t) = Ri(t) \qquad (2.1.12)$$

sau

$$i(t) = Gu(t), \qquad (2.1.13)$$

unde $R > 0$ este *rezistența* elementului măsurată în ohmi $[\Omega]$ şi $G > 0$ este *conductanța* acestuia, măsurată în siemens $[\mathrm{S}]$.

Ecuațiile (2.1.12) şi (2.1.13) reprezintă în planul (*u*,*i*) o dreaptă ce trece prin origine; ca urmare, tensiunea şi curentul au aceeaşi formă de variație în timp. Înmulțind ecuația (2.1.12) cu *i*(*t*) sau (2.1.13) cu *u*(*t*) se obține puterea instantanee primită pe la borne de rezistor:

$$p(t) = u(t)i(t) = Ri^2(t) = Gu^2(t)\,. \qquad (2.1.14)$$

Indiferent de sensul de referință al tensiunii sau curentului, $p > 0$ şi corespunde efectului electrocaloric de transformare ireversibilă a energiei electrice în căldură.

Dacă $R = 0$ ($G \to \infty$) ecuația (2.1.12) devine:

$$u(t) = 0, \qquad (2.1.15)$$

caracteristică a *scurtcircuitului*.

Dacă $R \to \infty$ ($G = 0$) ecuația (2.1.13) devine:

$$i(t) = 0 \qquad (2.1.16)$$

caracteristică a *laturii în gol*.

b) *Rezistorul liniar variabil în timp (parametric)*, are ecuația caracteristică

$$u(t) = R(t)i(t), \qquad (2.1.17)$$

unde *R*(*t*) se numeşte *rezistență parametrică*, simbolul său fiind cel din figura 2.1.1,b.

Un exemplu de astfel de element de circuit este potențiometrul.

Caracteristicile (2.1.17) reprezintă în planul (*u*, *i*) o familie de drepte ce trec prin origine; deci forma de variație în timp a tensiunii este diferită de cea a curentului. Acest tip de element poate fi folosit la modelarea unui contactor real cu ajutorul unui contactor ideal şi a două rezistoare liniare şi invariabile în timp, R_1 de valoare foarte mare şi R_2 de valoare foarte mică.

c) *Rezistorul neliniar* (Fig. 2.1.1,c) *invariabil în timp* cu ecuația caracteristică:

$$f\big(u(t), i(t)\big) = 0, \qquad (2.1.18)$$

respectiv

$$g\big(u(t), i(t), t\big) = 0, \tag{2.1.19}$$

pentru cel *variabil în timp*.

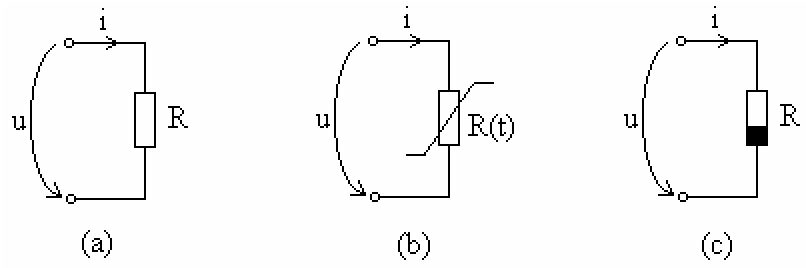


Fig. 2.1.1

După forma ecuației caracteristice, aceste elemente pot fi simetrice sau nesimetrice în raport cu originea. Din punct de vedere al mărimii care fixează univoc poziția punctului de funcționare pe curba caracteristică, rezistoarele neliniare se clasifică în:

- rezistoare neliniare controlate în tensiune, având ecuația caracteristică de forma

$$i(t) = i\big(u(t)\big) \quad \text{sau} \quad i = \hat{i}(u); \tag{2.1.20}$$

- rezistoare neliniare controlate în curent, având ecuația caracteristică de forma

$$u(t) = u\big(i(t)\big) \quad \text{sau} \quad u = \hat{u}(i). \tag{2.1.21}$$

Un rezistor neliniar caracterizat de faptul că pentru orice tensiune ***u*** dată (curent ***i*** dat) curentul ***i*** (tensiunea ***u***) este unic specificat (specificată) se numește rezistor neliniar controlat în tensiune (curent).

Din categoria rezistoarelor neliniare simetrice fac parte: tubul cu fir incandescent şi termistorul, a căror rezistență variază cu temperatura, varistorul a cărui caracteristică este controlată în tensiune şi dioda cu gaz, având caracteristica controlată în curent.

Dioda cu joncțiune, dioda Zener şi dioda tunel sunt rezistoare neliniare nesimetrice cu caracteristică controlată în tensiune. Un alt exemplu este arcul electric în curent continuu şi în curent alternativ, care poate fi modelat printr-un rezistor neliniar variabil în timp.

2.1.2.2. Bobina

Bobina necuplată magnetic are ecuația caracteristică

$$u_b = u_L = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}, \tag{2.1.22}$$

numită *ecuația de evoluție* a bobinei, din care, prin integrare pe intervalul (0, *t*) se obține

$$j\,(t) = j\,(0) + \int_0^t u(t')\mathrm{d}t'; \qquad j\,(0) = \int_{-\infty}^0 u(t')\mathrm{d}t'; \tag{2.1.23}$$

Relația (2.1.23), numită şi *ecuație de ereditate* a bobinei, arată că fluxul magnetic la momentul *t* depinde de valorile anterioare ale tensiunii, deci bobina este un element cu *memorie*. De asemenea rezultă că în intervalul $(-\infty, \infty)$ *fluxul magnetic în bobină este o funcție absolut continuă în timp*. Se spune că fluxul are un caracter conservativ.

Dacă rezistența bobinei este nenulă $(R \neq 0)$, ecuația (2.1.22) pentru bobina reală capătă forma:

$$u_b = Ri + \frac{\mathrm{d}j}{\mathrm{d}t} = u_R + u_L, \tag{2.1.24}$$

unde u_R se numeşte *cădere de tensiune rezistivă*, iar u_L- *cădere de tensiune inductivă*.

a) *Bobina liniară, invariabilă în timp şi necuplată magnetic*, cu simbolul din figura 2.1.2,a, are ecuația caracteristică

$$j(t) = Li(t), \tag{2.1.25}$$

unde $L > 0$ este *inductivitatea* măsurată în henry [H], constantă pentru o anumită bobină.

În planul (φ,i) caracteristica (2.1.25) este o dreaptă ce trece prin origine, în consecință fluxul magnetic şi curentul au aceeaşi formă de variație în timp.

Ținând seama de ecuațiile (2.1.22), şi (2.1.25) se obține ecuația caracteristică :

$$u(t) = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}, \tag{2.1.26}$$

din care, prin integrare pe intervalul (0,t) rezultă

$$i(t) = i(0) + \frac{1}{L}\int_0^t u(t')\mathrm{d}t'; \qquad i(0) = \frac{1}{L}\int_{-\infty}^0 u(t')\mathrm{d}t'. \tag{2.1.27}$$

Integrând ecuația (2.1.26) pe intervalul $(0, t + \mathrm{d}t)$ şi scăzând apoi membru cu membru ecuația (2.1.27), se obține:

$$i(t + \mathrm{d}t) - i(t) = \frac{1}{L}\int_t^{t+\mathrm{d}t} u(t')\mathrm{d}t'. \tag{2.1.28}$$

Dacă tensiunea este mărginită, $u(t) < U$ în intervalul $[0, T]$, atunci integrala din (2.1.28) tinde către zero când $\mathrm{d}t \to 0$, şi deci se anulează şi membrul stâng al acestei ecuații. Altfel spus, în aceste circumstanțe *curentul prin bobină este uniform continuu în intervalul* (0,T). El nu poate avea un salt brusc de la o valoare finită la o altă valoare finită.

Bobina liniară invariabilă în timp şi necuplată magnetic este complet caracterizată de inductivitatea proprie L şi de intensitatea curentului în momentul inițial $i(0)$. Proprietățile de continuitate ale fluxului magnetic şi curentului electric prin bobină sunt utilizate în studiul regimului tranzitoriu.

Înmulțind ecuația (2.1.26) cu $i\mathrm{d}t'$ şi integrând pe intervalul $(0, t)$ în condiția $i(0) = 0$, se obține energia W_m acumulată în câmpul magnetic al bobinei:

$$W_m = \int_0^t u(t')i(t')\mathrm{d}t' = L\int_0^i i'\mathrm{d}i' = \frac{1}{2}Li^2(t) = j(t)i(t) = \frac{1}{2}\frac{j^2(t)}{L}, \tag{2.1.29}$$

a cărei valoare este pozitivă.

b) *Bobina liniară, variabilă în timp (parametrică) şi necuplată magnetic* (Fig. 2.1.2,b) are ecuația caracteristică

$$j(t) = L(t)i(t), \tag{2.1.30}$$

unde $L(t)$ se numeşte *inductivitate parametrică*.

Ținând seama de ecuațiile (2.1.22) şi (2.1.30) se obține

$$u(t) = L(t)\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + i(t)\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t}. \tag{2.1.31}$$

Primul termen din membrul drept se numeşte *cădere de tensiune inductivă prin pulsație*, iar al doilea - *cădere de tensiune inductivă parametrică*.

În planul (φ,*i*) ecuația (2.1.30) reprezintă o familie de drepte ce trec prin origine; ca urmare, fluxul magnetic şi curentul au forme diferite de variație.

Un exemplu de inductor parametric îl constituie un solenoid în interiorul căruia miezul magnetic se deplasează alternativ.

c) *Bobina neliniară* (Fig. 2.1.2,c) este o bobină cu miez feromagnetic ce intră în componența releelor, electromagneților, transformatoarelor şi maşinilor electrice. Caracteristica ei flux-curent, numită caracteristică de magnetizare, este de forma:

$$g(j\,(t), i(t), t) = 0. \tag{2.1.32}$$

numită *curbă de histerezis*.

Bobinele cu miez de fier pot fi modelate ca elemente de circuit, aproximând corespunzător forma caracteristicii, de exemplu prin segmente de dreaptă.

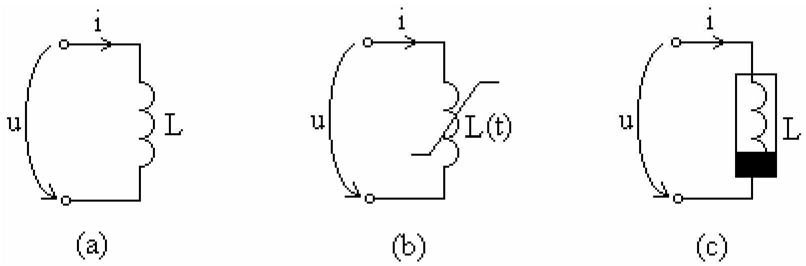


Fig. 2.1.2

d) *Bobine cuplate magnetic*

Se spune că o bobină *s* parcursă de curentul i_s este *cuplată magnetic* cu alte (*l*-1) bobine, dacă fluxul magnetic φ_s este funcție şi de intensitățile curenților ce parcurg aceste bobine, ecuația caracteristică a bobinei *s* fiind

$$j_s = j\,(i_1(t), i_2(t), ..., i_s(t), ..., i_l(t), t). \tag{2.1.33}$$

Dacă bobinele sunt liniare şi invariabile în timp, ținând seama de relațiile lui Maxwell pentru inductivități, ecuația caracteristică (2.1.25) devine

$$j_s = \sum_{k=1}^{l} L_{sk} i_k , \tag{2.1.34}$$

în care mărimea

$$L_{ss} = L_s \overset{d}{=} \frac{j_s}{i_s}\Big|_{i_k=0, k\neq s} > 0 , \tag{2.1.35}$$

se numeşte *inductivitate proprie*, iar mărimea

$$L_{sk} = L_{ks} \overset{d}{=} \frac{\varphi_s}{i_k}\Big|_{i_s=0, s\neq k} ,$$

(2.1.36)

putând fi pozitivă sau negativă, se numeşte *inductivitate mutuală*.

Pentru a stabili ce semn se ia în considerație în calculele din teoria circuitelor pentru inductivitatea mutuală, în schemele electrice se evidențiază cu * bornele polarizate ale bobinelor cuplate magnetic. Dacă sensurile de referință ale curenților i_s şi i_k față de bornele polarizate sunt identice (ambii intră sau ies din aceste borne), inductivitatea mutuală este pozitivă. În caz contrar, este negativă.

Tensiunea u_s la bornele bobinei cuplate magnetic se calculează înlocuind relația (2.1.34) în (2.1.22). Se obține astfel

$$u_s = \sum_{k=1}^{l} L_{sk} \frac{\mathrm{d}i_k}{\mathrm{d}t} = L_s \frac{\mathrm{d}i_s}{\mathrm{d}t} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq s}}^{l} L_{sk} \frac{\mathrm{d}i_k}{\mathrm{d}t}, \qquad (2.1.37)$$

unde primul termen din membrul drept se numeşte *cădere de tensiune inductivă proprie*, iar al doilea - *cădere de tensiune inductivă mutuală*.

Înmulțind ecuația (2.1.37) cu $i_s\mathrm{d}t'$ şi integrând pe intervalul (0, t) în ipoteza $i(0) = 0$, se obține expresia energiei magnetice înmagazinate în bobina s:

$$W_{ms} = \int_0^t u_s i_s \mathrm{d}t' = \frac{1}{2} L_s i_s^2 + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq s}}^{l} \int_0^i L_{sk} i_s' \mathrm{d}i_k' \,. \qquad (2.1.38)$$

Primul termen din membrul drept se numeşte *energie magnetică proprie* şi este strict pozitiv, iar al doilea se numeşte *energie magnetică mutuală* şi poate fi pozitiv sau negativ.

Energia magnetică totală a sistemului de l bobine cuplate magnetic are expresia

$$W_m = \sum_{k,s=1}^{l} L_{sk} \int_0^i i_s' \mathrm{d}i_k' \,. \qquad (2.1.39)$$

În cazul particular a două bobine cuplate magnetic, se obține

$$W_m = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + L_{12} i_1 i_2, \qquad (2.1.40)$$

unde primul şi al doilea termen reprezintă energia magnetică înmagazinată în prima, respectiv a doua bobină, iar ultimul termen reprezintă energia magnetică de interacțiune.

2.1.2.3. Condensatorul

Considerând dielectricul condensatorului perfect izolant, *legea conservării sarcinii electrice* conduce la relația dintre intensitatea curentului electric de conducție şi sarcina electrică sub forma *ecuației de evoluție*

$$i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}. \qquad (2.1.41)$$

Integrată pe intervalul (0, t), ecuația (2.1.41) conduce la

$$q(t) = q(0) + \int_0^t i(t')\mathrm{d}t'; \qquad q(0) = \int_{-\infty}^{0} i(t')\mathrm{d}t'. \qquad (2.1.42)$$

Relația (2.1.42) numită *ecuația de ereditate* a condensatorului, arată că sarcina electrică la momentul t, depinde de valorile anterioare ale curentului; prin urmare, condensatorul este un element cu *memorie.*

Rezultă de asemenea că în intervalul $(-\infty, \infty)$ *sarcina electrică este o funcție absolut continuă în timp*; altfel spus, sarcina electrică nu variază discontinuu (are caracter conservativ).

a) *Condensatorul liniar invariabil în timp*, (Fig. 2.1.3,a) are ecuația caracteristică

$$q(t) = Cu(t), \qquad (2.1.43)$$

unde $C > 0$ se numeşte *capacitate* şi se măsoară în farazi [F].

În planul (q, u) ecuația (2.1.43) reprezintă o dreaptă ce trece prin origine, deci sarcina electrică şi tensiunea au aceeaşi formă de variație în timp.

Ținând seama de (2.1.43), ecuația (2.1.41) devine

$$i(t) = C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}, \tag{2.1.44}$$

care prin integrare pe intervalul (0, *t*) conduce la

$$u(t) = u(0) + \frac{1}{C}\int_0^t i(t')\mathrm{d}t'; \qquad u(0) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^0 i(t')\mathrm{d}t'. \tag{2.1.45}$$

Condensatorul liniar şi invariabil în timp este complet determinat de capacitatea *C* şi de tensiunea inițială *u*(0).

Înmulțind ecuația (2.1.44) cu *u*d*t*' şi integrând pe intervalul (0, *t*) în ipoteza *u*(0) = 0, se obține energia acumulată în câmpul electric al condensatorului în acest interval

$$W_e = \int_0^t u(t')i(t')\mathrm{d}t' = C\int_0^u u'\mathrm{d}u' = \frac{1}{2}Cu^2(t) = \frac{1}{2C}q^2(t) = \frac{1}{2}q(t)u(t), \tag{2.1.46}$$

a cărei valoare este pozitivă.

Printr-o demonstrație similară celei pentru curentul prin bobină, se poate arăta că dacă intensitatea curentului prin condensator este mărginită, *i*(*t*) < *I* în intervalul [0,*T*], atunci ***tensiunea electrică la bornele condensatorului variază continuu*** în intervalul (0,*T*). Altfel spus, tensiunea la bornele unui condensator liniar invariabil în timp nu poate varia brusc de la o valoare finită la o altă valoare finită.

Proprietatea de continuitate a sarcinii electrice şi a tensiunii la bornele condensatorului va fi folosită în studiul regimului tranzitoriu.

b) *Condensatorul liniar variabil în timp (parametric)* cu simbolul din figura 2.1.3,b, are ecuația caracteristică

$$q(t) = C(t)u(t), \tag{2.1.47}$$

unde *C*(*t*) se numeşte *capacitate parametrică*.

Din relația (2.1.41), ținând seama de (2.1.47), se obține

$$i(t) = C(t)\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + u(t)\frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}t}. \tag{2.1.48}$$

Primul termen din membrul drept se numeşte ***componentă de pulsație a curentului***, iar al doilea - ***componentă parametrică***.

În planul (*q*, *u*) ecuația (2.1.48) defineşte o familie de drepte ce trec prin origine, deci curbele de variație ale tensiunii şi sarcinii electrice sunt diferite.

Un exemplu de condensator liniar variabil în timp este condensatorul cu armătură vibrantă.

c) *Condensatorul neliniar* (Fig. 2.1.3,c)

Condensatoarele reale au caracteristica *q*(*u*) neliniară (în general variabilă în timp), de forma

$$f\big(q(t), u(t), t\big) = 0, \tag{2.1.49}$$

reprezentată printr-o *curbă de histerezis*.

Ca şi la bobina cu miez feromagnetic, condensatorul neliniar poate fi modelat ca element de circuit, aproximând caracteristica neliniară prin segmente de dreaptă.

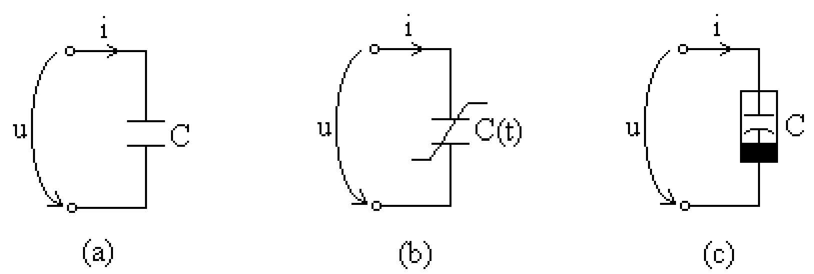


Fig. 2.1.3

2.1.2.4. Sursa de tensiune

Sursa ideală independentă de tensiune (Fig.2.1.4,a) este un element activ de circuit având următoarea ecuație caracteristică:

$$u(t) = e(t), \quad \forall i. \tag{2.1.50}$$

În planul (*u*, *i*) caracteristica de funcționare este o dreaptă paralelă cu axa curentului (Fig.2.1.4,b).

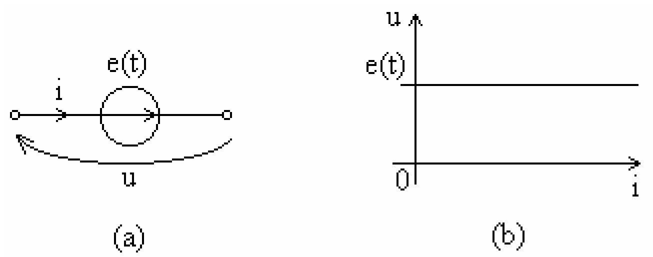


Fig. 2.1.4

Rezultă că sursa ideală independentă de tensiune este un caz particular de rezistor neliniar controlat în curent, caracterizată de faptul că pentru orice curent dat, tensiunea este unic specificată.

Dacă $e(t) = 0$, caracteristica (2.1.50) devine $u(t) = 0$, se reprezintă pe axa curentului, şi sursa ideală independentă de tensiune devine un scurtcircuit $(R = 0)$, proprietate importantă în cadrul teoriei circuitelor electrice, folosită pentru pasivizarea acestor surse.

Semnificația fizică a definiției sursei ideale independente de tensiune este că circuitul conectat la bornele sursei nu influențează forma de undă a tensiunii ei, ci numai curentul care circulă prin sursă.

Puterea cedată de sursa de tensiune circuitului extern este:

$$p(t) = u(t)i(t) = e(t)i(t). \tag{2.1.51}$$

Dacă elementul de circuit degajă căldură prin efect electrocaloric, adică are rezistență internă $R \neq 0$, ecuația sa este:

$$u = e - Ri\,. \tag{2.1.52}$$

Un astfel de element se numeşte *sursă reală de tensiune* (Fig. 2.1.5,a). Caracteristica de funcționare este o dreaptă care nu trece prin origine (Fig. 2.1.5,b).

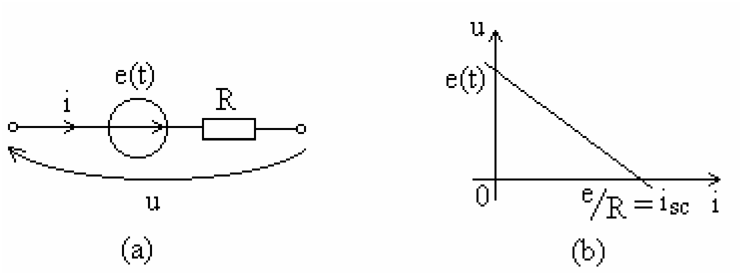


Fig. 2.1.5

Înmulțind relația (2.1.52) cu $i(t)$, se obține puterea electrică cedată la borne de sursă

$$p(t) = u(t)i(t) = e(t)i(t) - Ri^2(t). \tag{2.1.53}$$

Relația (2.1.50) arată că nu putem conecta în paralel (între aceleaşi borne) surse ideale de tensiune cu valori diferite ale tensiunilor electromotoare.

2.1.2.5. Sursa de curent

Sursa ideală independentă de curent (Fig. 2.1.6,a) este o sursă de energie electromagnetică având proprietatea de a debita un curent $j(t)$ independent de rețeaua conectată la bornele ei.

Semnificația fizică a definiției sursei ideale independente de curent este că, de data aceasta, este prescrisă curba de variație a curentului sursei. Ea nu este influențată de tensiunea la borne determinată de circuitul extern, astfel încât ecuația caracteristică a elementului este:

$$i(t) = j(t), \quad \forall u. \tag{2.1.54}$$

În planul (u,i) caracteristica este o dreaptă paralelă cu axa tensiunii (Fig. 2.1.6,b).

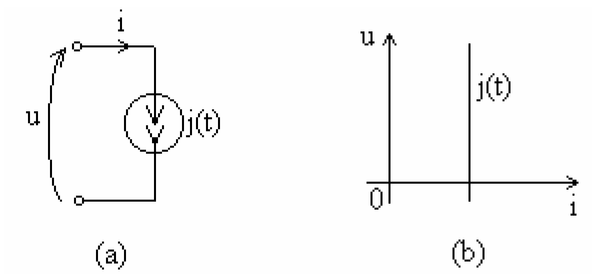


Fig.2.1.6

Sursa independentă de curent este un caz particular de rezistor neliniar controlat în tensiune, deoarece, conform ecuației caracteristice, pentru orice tensiune curentul este unic specificat.

Dacă $j(t) = 0$, caracteristica se reprezintă pe axa tensiunii, şi sursa ideală independentă de curent devine o latură deschisă $(R \to \infty)$, proprietate de asemenea importantă în cadrul teoriei circuitelor electrice, legată de pasivizarea acestor surse.

Puterea cedată de sursă circuitului extern este

$$p(t) = u(t)i(t) = u(t)j(t). \tag{2.1.55}$$

Schema echivalentă a unei surse reale de curent este prezentată în figura 2.1.7,a, iar ecuația de funcționare este:

$$i(t) = j(t) - Gu(t). \tag{2.1.56}$$

Caracteristica de funcționare este o dreaptă care nu trece prin origine (Fig. 2.1.7,b).

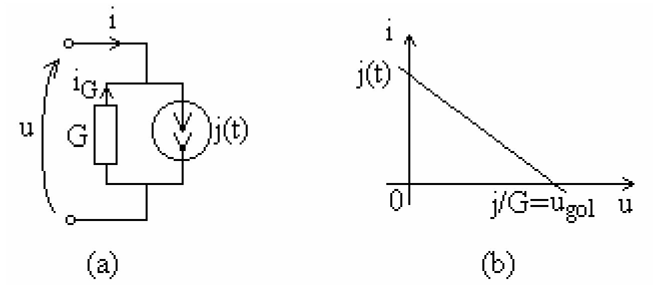


Fig. 2.1.7

Înmulțind relația (2.1.56) cu $u(t)$ se obține puterea electrică cedată la borne de sursă:

$$p(t) = u(t)i(t) = u(t)\,j(t) - Gu^2(t). \tag{2.1.57}$$

Relația (2.1.54) arată că nu putem conecta în serie (pe aceeaşi latură) surse de curent cu valori diferite ale curenților injectați.

2.1.3. Circuite electrice

2.1.3.1. Clasificarea circuitelor electrice

Circuitele sau rețelele electrice sunt ansambluri de elemente de circuit conectate în diverse moduri prin suprapunerea bornelor acestora. Se obține astfel o structură cu un număr *n* de borne (poli sau terminale) de acces. Fiecare bornă se caracterizează prin curentul i_k şi potențialul v_k, iar diferența potențialelor a două borne se numeşte ***tensiune la borne***.

Un circuit cu *n* borne de acces se numeşte multipol electric sau *n*-pol electric (Fig. 2.1.8). În particular, dacă $n = 2$, circuitul se numeşte ***dipol***, dacă $n = 3$ - ***tripol*** şi dacă $n = 4$ - ***cuadripol*** electric. Întâlnită şi în reprezentarea elementelor de circuit pasive, structura de tip dipol a circuitelor electrice (Fig. 2.1.9), se caracterizează prin intensitatea curentului absorbit printr-o bornă şi prin tensiunea între cele două borne. Relația $u = f(i)$ sau $i = g(u)$ se numeşte ***caracteristica dipolului***. Pentru sensurile de referință ale curentului şi tensiunii la borne din figură reprezentând ***convenția de la receptoare***, puterea absorbită pe la borne de dipol, $p = ui > 0$, iar dipolul se numeşte ***receptor***. Pentru un sens invers al tensiunii la borne-***convenția de la generatoare***, puterea la bornele dipolului $p = -ui < 0$, iar dipolul se numeşte ***generator***.

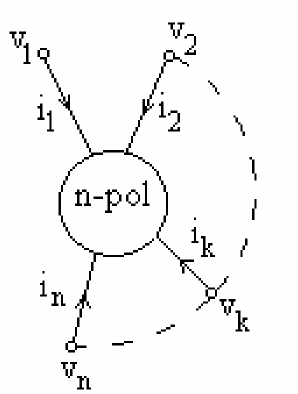


Fig. 2.1.8

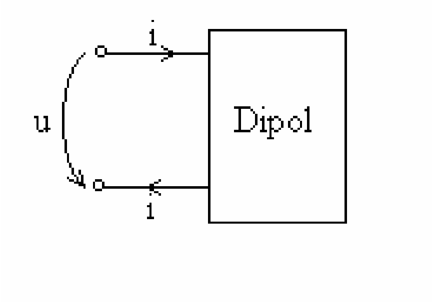


Fig. 2.1.9

Prin definiție circuitele ideale *n* - pol satisfac următoarele condiții:

- în fiecare moment suma algebrică a intensităţilor curenţilor bornelor de acces este nulă;

- în fiecare moment puterea electromagnetică totală primită din exterior de circuitul *n* - pol se exprimă conform teoremei puterii electromagnetice prin relaţia:

$$p = \sum_{k=1}^{n} v_k i_k . \tag{2.1.58}$$

Asocierea a două borne ai căror curenţi sunt egali în valoare absolută şi opuşi ca semn, constituie o poartă. Un multipol ale cărui borne sunt grupate astfel încât să constituie *n* porţi se numeşte multiport sau *n* - port (Fig.2.1.10). El se caracterizează prin tensiunile porţilor şi prin intensităţile curenţilor acestora. Cuadripolul, având bornele grupate în două porţi, este un *diport* (Fig. 2.1.11).

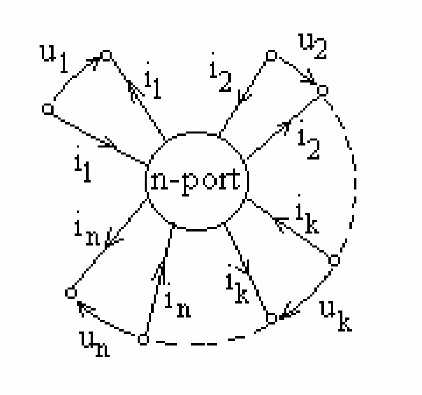


Fig. 2.1.10

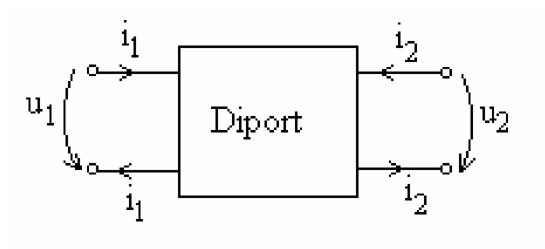


Fig. 2.1.11

2.1.3.2. Regimurile de funcţionare ale circuitelor electrice

După natura funcţiilor care exprimă variaţia în timp a intensităţilor curenţilor şi tensiunilor, regimurile de funcţionare ale circuitelor electrice se clasifică în:

a) *regim de curent continuu* - în care mărimile de excitaţie, intensităţile curenţilor, tensiunile şi potenţialele electrice sunt constante în timp;

b) *regim variabil* - în care mărimile de excitaţie, intensităţile curenţilor, tensiunile şi potenţialele electrice sunt funcţii oarecare de timp;

c) *regim periodic* - în care mărimile de excitaţie, intensităţile curenţilor, tensiunile şi potenţialele electrice sunt funcţii periodice de timp.

Un regim periodic particular foarte important în practică este regimul sinusoidal.

Regimurile variabile prin care se face trecerea de la unele regimuri de curent continuu sau regimuri periodice la alte regimuri de curent continuu sau periodice se numesc *regimuri tranzitorii.*

Rezolvarea sistemelor de ecuaţii ce descriu funcţionarea circuitelor electrice în unul din regimurile de mai sus prezintă particularităţi specifice fiecărui regim, ceea ce determină abordarea de tehnici de analiză specifice. Acestea se grupează în trei mari categorii:

1. ***Analiza regimurilor de curent continuu***, cuprinzând metode de analiză ce conduc la rezolvarea unui sistem de ecuaţii algebrice care descriu funcţionarea circuitului. Efortul de calcul este determinat exclusiv de numărul de ecuaţii ale sistemului. Cele mai utilizate metode matematice în acest caz sunt algebra matriceală şi metodele numerice de rezolvare a sistemelor de ecuaţii algebrice.

2. ***Analiza regimurilor sinusoidale***, cu ajutorul metodei simbolice a reprezentării în complex. Prin intermediul acestei tehnici, numită şi metoda simbolică, sistemul de ecuații diferențiale ce descriu funcționarea circuitului în regim sinusoidal se transformă într-un sistem de ecuații algebrice, satisfăcute de valorile complexe ale necunoscutelor, a cărui rezolvare este mult mai simplă. Analiza se încheie prin revenirea din domeniul complex în domeniul real, obținându-se astfel valorile instantanee ale mărimilor electrice calculate - curenți, tensiuni, potențiale electrice.

3. ***Analiza regimurilor variabile oarecare***, prin metoda operațională. Tehnica cea mai utilizată de analiză folosită în acest caz se bazează pe transformata Laplace, şi permite transformarea ecuațiilor diferențiale ale circuitului în ecuații algebrice, satisfăcute de transformatele Laplace ale necunoscutelor. Metoda este similară celei simbolice folosite în analiza regimurilor sinusoidale. După obținerea soluțiilor sub forma transformatelor Laplace (numite funcții imagine), se aplică transformata Laplace inversă pentru a se obține valorile instantanee ale necunoscutelor (numite funcții original). Pentru rezolvarea acestor regimuri există însă şi alte metode, care se bazează pe utilizarea altor transformate, sau pe alte principii.

2.1.4. Teoreme generale ale teoriei circuitelor electrice

2.1.4.1. Teoremele lui Kirchhoff

a) În regim cvasistaționar *legea conservării sarcinii electrice* pentru o suprafață închisă Σ care înconjoară un nod oarecare (n_j) al circuitului, intersectează toate conductoarele laturilor $l_k \in (n_j)$ şi nu trece prin dielectricii condensatoarelor, conduce la

$$i_\Sigma = -\frac{\mathrm{d}q_\Sigma}{\mathrm{d}t} = 0. \tag{2.1.59}$$

Dacă se atribuie semnul (+) curenților care ies din nodul (n_j) (au sensul de referință acelaşi cu al normalei $\bar{n}_\Sigma$) şi semnul (-) celor care intră în nod, relația (2.1.59) conduce la

$$\sum_{l_k \in (n_j)} (A) i_k = 0. \tag{2.1.60}$$

Relația (2.1.60) reprezintă prima teoremă a lui Kirchhoff, care se enunță astfel: *suma algebrică a intensităților curenților din laturile l_k incidente în nodul (n_j) al unui circuit este nulă.*

b) Aplicând *legea inducției electromagnetice* pe conturul Γ, în ipoteza localizării câmpului magnetic numai în bobine (având o valoare nulă în afara elementelor de circuit) se obține

$$e_\Gamma = \oint_\Gamma \bar{E}\,\overline{ds} = -\frac{\mathrm{d}j_{S_\Gamma}}{\mathrm{d}t} = 0. \tag{2.1.61}$$

Descompunând curba închisă Γ într-o sumă de curbe deschise ce urmăresc liniile tensiunilor la bornele laturilor l_k ce formează bucla (b_h) a circuitului, relația (2.1.61) conduce la

$$\sum_{l_k \in (b_h)} (A) u_k = 0, \tag{2.1.62}$$

relație ce reprezintă teorema a doua a lui Kirchhoff: *suma algebrică a tensiunilor la bornele laturilor l_k aparținând buclei (b_h) a unui circuit este nulă.*

Din modul de deducere al ecuației (2.1.62) rezultă că semnul (+) se atribuie tensiunilor la borne al căror sens de referință coincide cu cel al curbei Γ şi semnul (-) celorlalte.

Observație:

Teoremele lui Kirchhoff obținute sub formele (2.1.60) şi (2.1.62) sunt independente de natura elementelor de circuit şi de modul de variație în timp a tensiunilor şi curenților. Ele sunt consecințe ale structurii topologice (derivând din modul de interconexiune a elementelor de circuit) a rețelei.

2.1.4.2. Teorema lui Tellegen

Aceasta este o teoremă generală, reprezentând o consecință directă a teoremelor lui Kirchhoff.

Fiind date două regimuri oarecare de funcționare ale unui circuit electric, notate cu (′) respectiv (″), curenții şi tensiunile corespunzătoare, care verifică independent cele două teoreme ale lui Kirchhoff, satisfac următoarele relații:

$$(\boldsymbol{u}')^{t}\,\boldsymbol{i}'' = \boldsymbol{0} \tag{2.1.63}$$

şi

$$(\boldsymbol{u}')^{t}\,\boldsymbol{i}'' - (\boldsymbol{u}'')^{t}\,\boldsymbol{i}' = \boldsymbol{0}\,, \tag{2.1.64}$$

unde $\boldsymbol{u}$ este *vectorul tensiunilor* laturilor (porților) circuitului, iar $\boldsymbol{i}$ este *vectorul intensităților curenților* laturilor (porților) circuitului.

Demonstrarea celor două relații se bazează pe proprietatea de ortogonalitate a matricelor de incidență laturi-secțiuni şi laturi-bucle, ceea ce le conferă valabilitate atât pentru regimuri diferite, produse de excitații sau condiții inițiale diferite, într-un acelaşi circuit, cât şi pentru regimuri diferite ale unor circuite diferite, dar având aceeaşi structură topologică (acelaşi graf).

2.1.4.3. Teorema conservării puterilor

Pentru cazul particular când cele două regimuri se confundă, teorema lui Tellegen conduce la următoarea relație între tensiunile şi curenții porților, corespunzătoare unui regim oarecare al unui circuit:

$$\boldsymbol{u}^{t}\cdot \boldsymbol{i} = 0. \tag{2.1.65}$$

Relația (2.1.65) reprezintă *teorema conservării puterilor instantanee*. Dacă numărul total al porților (elementelor) circuitului este n_p, relația mai poate fi exprimată în forma:

$$\boldsymbol{u}^{t}\cdot \boldsymbol{i} = \sum_{k=1}^{n_p} u_k i_k = \sum_{k=1}^{n_p} p_k\,, \tag{2.1.66}$$

unde $p_k = u_k i_k$, reprezintă puterea instantanee primită prin poarta k a (elementului) circuitului, când sensurile curentului şi tensiunii la bornele porții sunt asociate după convenția de la receptoare.

Din (2.1.65) şi (2.1.66) rezultă expresia

$$\sum_{k=1}^{n_p} u_k i_k = \sum_{k=1}^{n_p} p_k = 0\,, \tag{2.1.67}$$

cu enunțul: *suma algebrică a puterilor instantanee primite la porțile (bornele elementelor) unui circuit este în fiecare moment nulă.*

2.1.4.4. Teorema surselor ideale cu acțiune nulă (Vaschy)

a) *Teorema surselor ideale de tensiune cu acțiune nulă*: dacă se introduc în serie cu fiecare element conectat într-un nod al unui circuit surse ideale de tensiune, având aceeaşi t.e.m. şi orientate la fel față de nod, tensiunile şi curenții prin elementele circuitului nu se modifică.

Demonstrația teoremei este evidentă, căci introducerea surselor de tensiune nu schimbă ecuațiile lui Kirchhoff: prima nu se modifică, iar în a doua termenii noi care apar $(\pm e)$, se anulează reciproc.

Aplicații ale teoremei: pasivizarea unei laturi (element) din circuit, anularea tensiunii inițiale a unui condensator (echivalentă cu o sursă de t.e.m.), anularea fluxului magnetic inițial, respectiv a curentului inițial al unei bobine (condiția inițială nenulă fiind reprezentată printr-o sursă echivalentă de tensiune).

b) *Teorema surselor ideale de curent cu acțiune nulă*: dacă în paralel cu fiecare element (latură) de circuit ce formează un contur închis (bucla b_h) se conectează câte o sursă ideală de curent, orientată în sensul buclei şi având aceeaşi intensitate, tensiunile şi curenții prin elementele circuitului nu se modifică.

Validitatea teoremei este evidentă, căci introducerea surselor de curent nu schimbă ecuațiile Kirchhoff : în prima termenii noi $(\pm j)$ care apar se anulează reciproc, iar a doua nu se modifică.

Aplicații ale teoremei: pasivizarea unei laturi (element) din circuit, anularea sarcinii electrice inițiale, respectiv a tensiunii inițiale a unui condensator (condiția inițială nenulă fiind reprezentată printr-o sursă echivalentă de curent), anularea curentului inițial al unei bobine (echivalent cu o sursă de curent).

2.1.5. Metoda simbolică de reprezentare în complex a mărimilor sinusoidale.

Într-un circuit electric liniar cu parametri concentrați, aplicarea unor mărimi de excitație (ex.: tensiuni electromotoare) sinusoidale *de aceeaşi frecvență* determină apariția unui regim permanent sinusoidal. Calculul curenților şi tensiunilor din acest regim corespunde determinării soluției particulare a sistemului de ecuații integro-diferențiale obținut cu ajutorul teoremelor lui Kirchhoff şi al ecuațiilor caracteristice fiecărei laturi, în regim dinamic.

Rezolvarea poate fi însă mult simplificată dacă se utilizează *metoda reprezentării în complex a mărimilor sinusoidale*. În baza acestei metode, fiecărei mărimi sinusoidale de forma

$$v(t) = V\sqrt{2}\sin(wt + a) \tag{2.1.68}$$

îi corespunde o mărime complexă notată cu $C\{v\}$ sau $\underline{V}$, care are ca modul valoarea efectivă a mărimii sinusoidale şi ca argument faza inițială a acesteia:

$$C\{v(t)\} = \underline{V} \overset{\mathrm{d}}{=} Ve^{ja} , \tag{2.1.69}$$

unde $j = \sqrt{-1}$.

Mărimea $\underline{V}$ reprezintă un vector (fazor) în planul complex. Această reprezentare conduce deci la diagrame vectoriale (fazoriale) în planul complex, care se pot construi prin alegerea arbitrară a originii de fază (a mărimii complexe cu faza inițială nulă).

Metoda simbolică operează cu ajutorul următoarelor teoreme:

1) *Teorema combinațiilor liniare*.

Complexul unei combinații liniare de mărimi sinusoidale având aceeaşi frecvență se obține prin substituirea mărimilor sinusoidale cu reprezentările lor în complex:

$$C\left\{\sum_{k=1}^{n} l_k v_k\right\} = \sum_{k=1}^{n} l_k \underline{V}_k , \tag{2.1.70}$$

unde λ_k sunt constante reale. Rezultă deci că mărimea complexă echivalentă se obține prin adunarea vectorilor $l_k \underline{V}_k$.

2) *Teorema derivatei.*

Complexul derivatei în raport cu timpul a unei mărimi sinusoidale este egal cu complexul mărimii sinusoidale multiplicat cu jw:

$$C\left\{\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\right\} = jw\,\underline{V}\,. \tag{2.1.71}$$

Deci în domeniul complex acestei operații îi corespunde creşterea modulului mărimii de w ori şi majorării argumentului cu $p/2$ (rotirea vectorului cu $p/2$ în sens trigonometric).

3) *Teorema integralei.*

Complexul integralei nedefinite în raport cu timpul a unei mărimi sinusoidale este egal cu complexul mărimii sinusoidale împărțit la jw:

$$C\left\{\int v\mathrm{d}t\right\} = \frac{1}{jw}\underline{V}\,. \tag{2.1.72}$$

Operației de integrare în raport cu timpul a unei mărimi sinusoidale îi corespunde, în domeniul reprezentării în complex, reducerea modulului de w ori şi micşorarea argumentului cu $p/2$ (rotirea vectorului cu $p/2$ în sens orar).

Pe baza teoremelor de sus, metoda simbolică reduce problema rezolvării unui sistem de ecuații integro-diferențiale liniare, cu termenul liber variind în timp sinusoidal, la rezolvarea unui sistem de ecuații algebrice, ale cărui variabile sunt imaginile (reprezentările complexe) ale mărimilor sinusoidale respective (curenți sau tensiuni necunoscute).

Deoarece corespondența dintre mărimea sinusoidală şi complexul său este biunivocă, odată cunoscută soluția sistemului de ecuații algebrice complexe (ex.: valorile complexe ale curenților), se poate reveni la soluția în domeniul timpului cu relația:

$$v(t) = \mathrm{Im}\left\{\sqrt{2}\,\underline{V}e^{jwt}\right\}. \tag{2.1.73}$$

2.1.6. Ecuațiile lui Kirchhoff în formă simbolică.

Pentru un circuit electric liniar cu l laturi şi n noduri, conținând rezistoare, bobine, condensatoare şi surse ideale independente de tensiune, ecuațiile lui Kirchhoff în valori instantanee (în regim dinamic) au expresiile:

$$\sum_{l_k\in(n_j)}{}_{(A)}\, i_k = 0; \qquad j=\overline{1,n-1}; \tag{2.1.74}$$

şi

$$\sum_{l_k\in(b_h)}{}_{(A)}\left(R_k i_k + L_k\frac{\mathrm{d}i_k}{\mathrm{d}t} + \sum_{\substack{p=1\\p\neq k}}^{l} L_{kp}\frac{\mathrm{d}i_p}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{C_k}\int i_k\mathrm{d}t\right) = \sum_{l_k\in(b_h)}{}_{(A)}\, e_k; \qquad h=\overline{1,l-n+1}. \tag{2.1.75}$$

şi constituie un sistem complet de ecuații independente (n-1 cu prima teoremă şi l-n+1 cu teorema a doua). Soluțiile particulare sinusoidale ale acestui sistem, cu reprezentări în complex, satisfac conform teoremelor (2.1.70. 2.1.71, 2.1.72) următoarele ecuații algebrice complexe:

$$\sum_{l_k\in(n_j)}{}_{(A)}\, \underline{I}_k = 0; \qquad j=\overline{1,n-1} \tag{2.1.76}$$

$$\sum_{l_k \in (b_h)}^{(A)} \left(R_k \underline{I}_k + jw\ L_k \underline{I}_k + \sum_{\substack{p=1 \\ p \neq k}}^{l} jw\ L_{kp} \underline{I}_p + \frac{1}{jw\ C_k} \underline{I}_k \right) = \sum_{l_k \in (b_h)}^{(A)} \underline{E}_k ; \qquad h = \overline{1, l-n+1}$$

(2.1.77)

Relațiile (2.1.76) şi (2.1.77) reprezintă prima, respectiv a doua teoremă a lui Kirchhoff în complex şi au următorul enunț:

„Suma algebrică a reprezentărilor în complex ale curenților laturilor conectate într-un nod este egală cu zero”, respectiv

„Suma algebrică a reprezentărilor în complex ale căderilor de tensiune rezistive $\left(R_k \underline{I}_k\right)$ *,* *inductive* $\left(jw\ L_k \underline{I}_k + \sum_{\substack{p=1 \\ p \neq k}}^{l} jw\ L_{kp} \underline{I}_p \right)$*, capacitive* $\left(\frac{1}{jw\ C_k} \underline{I}_k \right)$*, este egală, de-a lungul fiecărei bucle independente h, cu suma algebrică a reprezentărilor în complex ale t.e.m.* $\left(\underline{E}_k\right)$ *ale surselor independente de tensiune*”.

Căderile de tensiune rezistive, inductive şi capacitive se reprezintă în complex sub forma comună $\underline{Z}_k \underline{I}_k$, în care impedanța complexă $\underline{Z}_k$ are relațiile de definiție:

$$\underline{Z}_{R_k} = R_k ;\ \ \underline{Z}_{L_k} = jw\ L_k ;\ \ \underline{Z}_{m_{kp}} = jw\ L_{kp} ;\ \ \underline{Z}_{C_k} = \frac{1}{jw\ C_k} , \qquad (2.1.78)$$

corespunzătoare unui rezistor de rezistență R_k, unei bobine ideale de inductivitate L_k, unui cuplaj magnetic cu inductivitatea mutuală L_{kp}, sau unui condensator de capacitate C_k.

Inductivitatea mutuală L_{kp} este pozitivă (negativă) după cum curenții $\underline{I}_k, \underline{I}_p$ au sensuri identice (contrare) față de bornele polarizate ale celor două bobine cuplate magnetic.

Impedanța complexă a laturii l_k este:

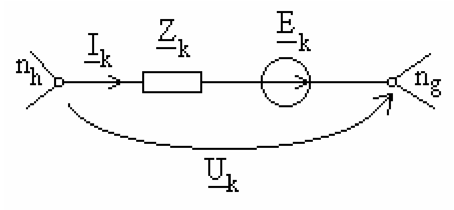
$$\underline{Z}_k \overset{d}{=} R_k + j\left(w\ L_k - \frac{1}{w\ C_k} \right) = R_k + jX_k , \qquad (2.1.79)$$

unde R_k este rezistența iar X_k reactanța laturii, cu $X_k = X_{L_k} - X_{C_k}$, $X_{L_k} = w\ L_k$ -reactanța inductivă, iar $X_{C_k} = 1/w\ C_k$ - reactanța capacitivă.

2.1.7. Legea lui Ohm în complex.

Pentru o latură de circuit necuplată magnetic cu alte laturi, (Fig. 2.1.12), se poate scrie legea lui Ohm în complex sub forma:

$$\underline{U}_k + \underline{E}_k = \underline{Z}_k \underline{I}_k . \qquad (2.1.80)$$

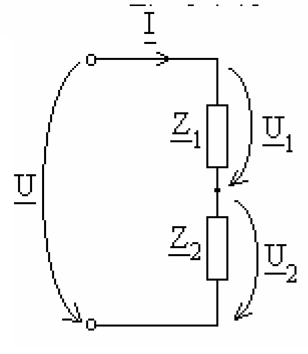


Dacă latura *k* este cuplată magnetic cu alte *q* laturi

$$\underline{U}_k + \underline{E}_k = \underline{Z}_k \underline{I}_k + \sum_{\substack{p=1 \\ p \neq k}}^{q} \underline{Z}_{mkp} \underline{I}_p , \qquad (2.1.81)$$

semnificația mărimilor fiind cea de mai sus.

Relația (2.1.80) se mai poate scrie sub forma:



$$\underline{U}_k = \underline{Z}_k \underline{I}_k - \underline{E}_k . \qquad (2.1.82)$$

2.1.8. Regula divizorului de tensiune.

Tensiunea aplicată la bornele celor două impedanțe înseriate din figura 2.1.13 se distribuie pe acestea după relațiile:

$$\underline{U}_1 = \underline{U}\frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}, \qquad (2.1.83)$$

$$\underline{U}_2 = \underline{U}\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}. \qquad (2.1.84)$$

Impedanța echivalentă a laturii este:

$$\underline{Z}_e = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2. \qquad (2.1.85)$$

În general impedanța echivalentă a unei conexiuni serie este:

$$\underline{Z}_{es} = \sum_{k=1}^{n}\underline{Z}_k = \sum_{k=1}^{n}(R_k + jX_k); \quad R_{es} = \sum_{k=1}^{n}R_k; \quad X_{es} = \sum_{k=1}^{n}X_k. \qquad (2.1.86)$$

Relația generală de calcul a tensiunii în divizor este:

$$\underline{U}_j = \underline{Z}_j\underline{I} = \underline{U}\frac{\underline{Z}_j}{\underline{Z}_{es}} = \underline{U}\frac{\underline{Z}_j}{\sum_{k=1}^{n}\underline{Z}_k}. \qquad (2.1.87)$$

2.1.9. Regula divizorului de curent.

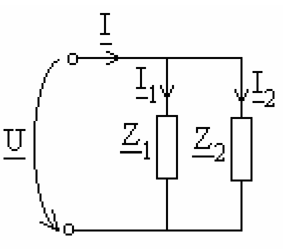


Fig. 2.1.14

Curentul absorbit de ansamblul celor două impedanțe conectate în paralel din figura 2.1.14, se distribuie pe cele două laturi conform relațiilor:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}\frac{\underline{Y}_1}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2} = \underline{I}\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}, \qquad (2.1.88)$$

$$\underline{I}_2 = \underline{I}\frac{\underline{Y}_2}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2} = \underline{I}\frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}. \qquad (2.1.89)$$

Admitanța echivalentă a conexiunii este:

$$\underline{Y}_e = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2, \qquad (2.1.90)$$

iar impedanța echivalentă:

$$\underline{Z}_e = \frac{\underline{Z}_1\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}. \qquad (2.1.91)$$

În general, admitanța, respectiv conductanța și susceptanța, și impedanța echivalentă a unei conexiuni paralel se exprimă cu relațiile:

$$\underline{Y}_{ep} = \sum_{k=1}^{n}\underline{Y}_k = \sum_{k=1}^{n}(G_k + jB_k); \quad G_{ep} = \sum_{k=1}^{n}G_k; \quad B_{ep} = \sum_{k=1}^{n}B_k;, \qquad (2.1.92)$$

$$\underline{Z}_{ep} = \frac{1}{\sum_{k=1}^{n}\underline{Z}_k}. \qquad (2.1.93)$$

Relația generală de calcul a curentului dintr-o derivație este:

$$\underline{I}_j = \underline{U}\underline{Y}_j = \underline{I}\frac{\underline{Y}_j}{\underline{Y}_{ep}} = \underline{I}\frac{1}{\underline{Z}_j \sum_{k=1}^{n} \underline{Z}_k}. \tag{2.1.94}$$

2.1.10. Teorema de conservare a puterilor.

Puterea complexă primită pe la borne în regim sinusoidal de o latură completă de circuit ca cea reprezentată în figura 2.1.12, are expresia:

$$\underline{S}_k = \underline{U}_k \underline{I}_k^*, \tag{2.1.95}$$

unde $\underline{U}_k, \underline{I}_k^*$ sunt respectiv complexul tensiunii la borne şi complexul conjugat al intensităţii curentului în latură, exprimate faţă de sensurile de referinţă indicate în figură.

Se poate demonstra că *puterea complexă primită în regim sinusoidal de un circuit electric izolat de exterior, pe la bornele celor l laturi este nulă*, adică:

$$\underline{S} = \sum_{k=1}^{l} \underline{S}_k = \sum_{k=1}^{l} \underline{U}_k \underline{I}_k^* = 0.$$

(2.1.96)

Dacă ţinem seama de (2.1.82), rezultă:

$$\underline{S} = \sum_{k=1}^{l} \left(\underline{Z}_k \underline{I}_k - \underline{E}_k\right)\underline{I}_k^* = 0, \tag{2.1.97}$$

adică

$$\underline{E}_k \underline{I}_k^* = \underline{Z}_k I_k^2, \tag{2.1.98}$$

reprezentând ecuaţia de bilanţ al puterilor: puterea complexă generată ($\underline{S}_g$) = puterea complexă consumată ($\underline{S}_c$). Dezvoltând termenul din partea dreaptă se pun în evidenţă puterile activă (P_c) şi reactivă (Q_c) consumate:

$$\underline{S}_c = \underline{Z}_k I_k^2 = \left(R_k + jX_k\right)I_k^2 = R_k I_k^2 + jX_k I_k^2 = P_c + jQ_c. \tag{2.1.99}$$

2.1.11. Teorema generatorului echivalent de tensiune (teorema lui Thévenin).

Un circuit electric liniar aflat în regim sinusoidal admite o schemă echivalentă cu sursă de tensiune $\underline{E}_e$ şi impedanţă echivalentă $\underline{Z}_e$.

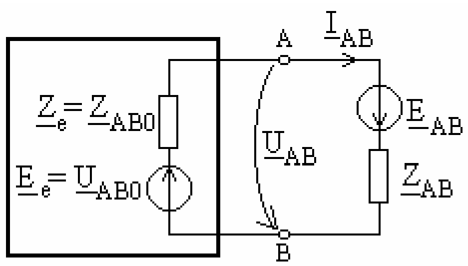


Fig. 2.1.15

Dacă între bornele A şi B ale unui circuit electric liniar aflat în regim sinusoidal se conectează o latură cu impedanţa complexă $\underline{Z}_{AB}$ şi t.e.m. complexă $\underline{E}_{AB}$ (Fig. 2.1.15), valoarea complexă a intensităţii curentului prin această latură este:

$$\underline{I}_{AB} = \frac{\underline{U}_{AB0} + \underline{E}_{AB}}{\underline{Z}_{AB0} + \underline{Z}_{AB}},$$

(2.1.100)

unde

$\underline{U}_{AB0}$ reprezintă valoarea complexă a tensiunii între bornele A şi B la funcţionarea în gol (fără latura A,B);

$\underline{Z}_{AB0}$ reprezintă impedanța complexă echivalentă a circuitului pasivizat în raport cu bornele A şi B, înainte de conectarea laturiiA,B:

$$\underline{Z}_{AB0} = \frac{\underline{U}_{AB0}}{\underline{I}_{ABscc}}. \tag{2.1.101}$$

Dacă latura A,B este pasivă $\left(\underline{E}_{AB} = 0\right)$, relația (2.1.100) ia forma:

$$\underline{I}_{AB} = \frac{\underline{U}_{AB0}}{\underline{Z}_{AB0} + \underline{Z}_{AB}}. \tag{2.1.102}$$

2.1.12. Teorema generatorului echivalent de curent (teorema lui Norton).

Un circuit electric liniar aflat în regim sinusoidal admite o schemă echivalentă cu sursă de curent $\underline{J}_e$ şi admitanță echivalentă $\underline{Y}_e$ (Fig. 2.1 16).

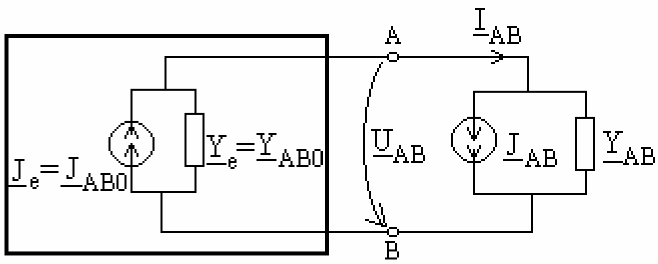


Fig. 2.1.16

Dacă între două borne de acces A şi B ale acestui circuit se conectează un receptor de admitanță $\underline{Y}_{AB}$ în paralel cu o sursă ideală de curent $\underline{J}_{AB}$, tensiunea complexă între aceste borne este:

$$\underline{U}_{AB} = \frac{\underline{I}_{ABscc} - \underline{J}_{AB}}{\underline{Y}_{AB0} + \underline{Y}_{AB}}, \tag{2.1.103}$$

cu

$\underline{I}_{ABscc}$ - valoarea complexă a curentului prin latura A,B când bornele A şi B sunt scurtcircuitate în absența sursei $\underline{J}_{AB}$;

$\underline{Y}_{AB0}$ - admitanța complexă echivalentă în raport cu bornele A şi B când circuitul este pasivizat şi receptorul nu este conectat,

$$\underline{Y}_{AB0} = \frac{1}{\underline{Z}_{AB0}} = \frac{\underline{I}_{ABscc}}{\underline{U}_{AB0}}. \tag{2.1.104}$$

Dacă $\underline{J}_{AB} = 0$, relația (2.1.103) ia forma:

$$\underline{U}_{AB} = \frac{\underline{I}_{ABscc}}{\underline{Y}_{AB0} + \underline{Y}_{AB}}. \tag{2.1.105}$$

2.2. CIRCUITE TRIFAZATE

2.2.1. Sisteme de mărimi trifazate

Un ansamblu de trei mărimi sinusoidale ordonate, de aceeaşi frecvenţă, defazate între ele, se numeşte sistem trifazat şi poate fi exprimat cu relaţia

$$v_k = \sqrt{2}\, V_k \sin(wt + g_k), \qquad k = \overline{1,3}. \tag{2.2.1}$$

Dacă valorile efective ale mărimilor sistemului sunt egale

$$V_1 = V_2 = V_3 \tag{2.2.2}$$

şi defazajele între două mărimi consecutive sunt

$$g_1 - g_2 = g_2 - g_3 = \frac{2p}{3} a, \tag{2.2.3}$$

sistemul se numeşte *trifazat simetric*.

Dacă $\alpha = 1$ sistemul se numeşte *de succesiune directă*, iar vectorii $\underline{V}_1, \underline{V}_2, \underline{V}_3$ (reprezentând imaginile complexe ale celor trei mărimi sinusoidale) sunt ordonaţi în sens orar. Dacă $\alpha = -1$ sistemul se numeşte *de succesiune inversă*, iar cei trei vectori sunt

ordonaţi în sens trigonometric. Valoarea $a = 0$ corespunde sistemului *de succesiune homopolară*, pentru care cei trei vectori sunt în fază.

a) Fie *sistemul trifazat simetric direct* format din mărimile

$$\begin{aligned} v_1 &= V\sqrt{2}\, sin(\omega t + \gamma) \\ v_2 &= V\sqrt{2}\, sin(\omega t + \gamma - \frac{2\pi}{3}) \\ v_3 &= V\sqrt{2}\, sin(\omega t + \gamma - \frac{4\pi}{3}) = V\sqrt{2}\, sin(\omega t + \gamma + \frac{2\pi}{3}) \end{aligned} \tag{2.2.4}$$

mărimea v_2 fiind defazată în urma mărimii v_1, iar mărimea v_3 în urma mărimii v_2, ca în figura 2.2.1.

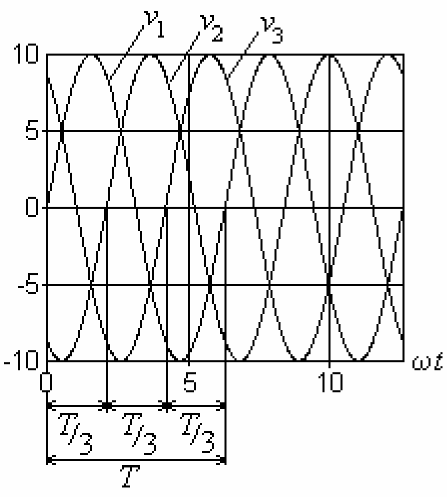


Fig. 2.2.1

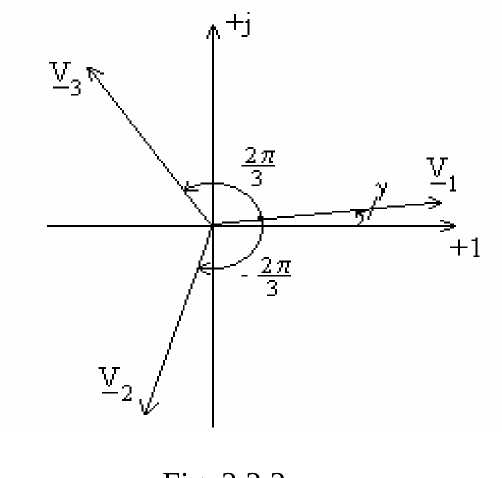


Fig. 2.2.2

Reprezentarea în complex a mărimilor sistemului (2.2.4) conduce la relațiile

$$\underline{V}_1 = Ve^{jg} = \underline{V}$$
$$\underline{V}_2 = Ve^{j(g - \frac{2p}{3})} = \underline{V}e^{-j\frac{2p}{3}} = a^2\underline{V} \qquad (2.2.5)$$
$$\underline{V}_3 = Ve^{j(g + \frac{2p}{3})} = \underline{V}e^{j\frac{2p}{3}} = a\underline{V}.$$

a căror reprezentare în planul complex este dată în figura 2.2.2.

În relațiile (2.2.5) s-a introdus operatorul complex de rotație

$$a = e^{j\frac{2p}{3}} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}, \qquad (2.2.6)$$

care rotește vectorul pe care-l înmulțește cu $\frac{2\pi}{3}$ în sens trigonometric.

Înmulțirea cu a^2 rotește vectorul în sens orar cu $\frac{2p}{3}$.

Operatorul a are următoarele proprietăți:

$$|a| = 1, \quad a^2 = a^*, \quad (a^2)^* = a,$$
$$a = a^4 = a^{3n+1}, \quad a^2 = a^5 = a^{3n+2}, \quad a^3 = a^6 = a^{3n} = 1,$$

(2.2.7)

$$1 + a + a^2 = 0 \qquad (2.2.8)$$

b) Un *sistem trifazat simetric invers* este compus din mărimile:

$$v_1 = V\sqrt{2}\, sin(\omega t + \gamma)$$
$$v_2 = V\sqrt{2}\, sin(\omega t + \gamma + \frac{2\pi}{3}) \qquad (2.2.9)$$
$$v_3 = V\sqrt{2}\, sin(\omega t + \gamma + \frac{4\pi}{3}) = V\sqrt{2}\, sin(\omega t + \gamma - \frac{2\pi}{3})$$

mărimea v_2 fiind defazată înaintea mărimii v_1, iar mărimea v_3 înaintea mărimii v_2, ca în figura 2.2.3.

Reprezentarea în complex a celor trei mărimi sinusoidale conduce la sistemul

$$\underline{V}_1 = Ve^{j\gamma} = \underline{V}$$
$$\underline{V}_2 = Ve^{j(\gamma + \frac{2\pi}{3})} = \underline{V}e^{j\frac{2\pi}{3}} = a\underline{V} \quad , \qquad (2.2.10)$$
$$\underline{V}_3 = Ve^{j(\gamma - \frac{2\pi}{3})} = \underline{V}e^{-j\frac{2\pi}{3}} = a^2\underline{V}$$

iar diagrama vectorială este dată în figura 2.2.4.

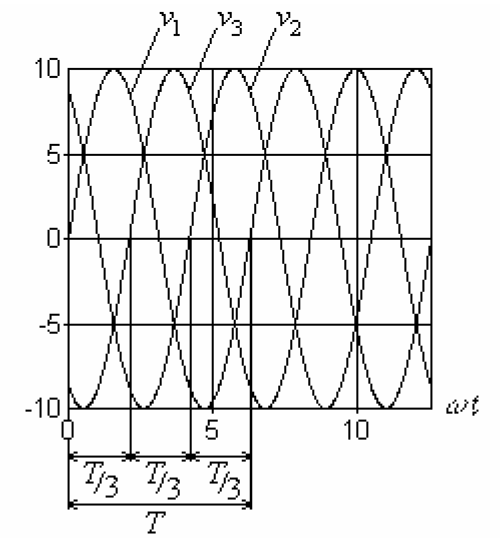


Fig. 2.2.3

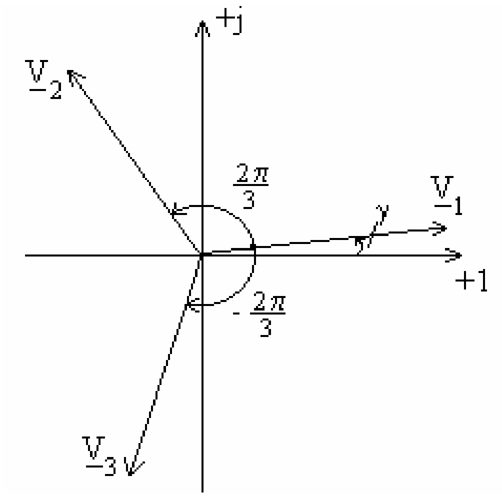


Fig. 2.2.4

Teorema 2.2.1. *Suma mărimilor unui sistem trifazat simetric de succesiune directă sau inversă este nulă atât în valori complexe cât şi în valori instantanee.*

Pentru demonstrarea teoremei în valori complexe se utilizează relația (2.2.8)

$$\underline{V}_1 + \underline{V}_2 + \underline{V}_3 = \underline{V}(1 + a^2 + a) = 0, \tag{2.2.11}$$

iar forma în valori instantanee a teoremei,

$$v_1 + v_2 + v_3 = 0 \tag{2.2.12}$$

se demonstrează pe baza proprietăților funcțiilor trigonometrice.

Teorema 2.2.2. *Fie sistemul trifazat simetric de succesiune directă sau inversă* $\underline{V}_1, \underline{V}_2, \underline{V}_3$. *Sistemul format din mărimile diferență a câte două mărimi consecutive ale acestuia este tot un sistem trifazat simetric de aceeaşi succesiune ca şi mărimile* $\underline{V}_1, \underline{V}_2, \underline{V}_3$.

Demonstrație. Fie sistemul $\underline{V}_1, \underline{V}_2, \underline{V}_3$ de succesiune directă. Sistemul mărimilor diferență este compus din mărimile

$$\begin{aligned}
\underline{V}_{12} &= \underline{V}_1 - \underline{V}_2 = \underline{V} - a^2\underline{V} = \underline{V}(1 - a^2) = \sqrt{3}\underline{V}e^{j\frac{\pi}{6}} \\
\underline{V}_{23} &= \underline{V}_2 - \underline{V}_3 = a^2\underline{V} - a\underline{V} = \underline{V}(a^2 - a) = \sqrt{3}\underline{V}e^{-j\frac{\pi}{2}} . \\
\underline{V}_{31} &= \underline{V}_3 - \underline{V}_1 = a\underline{V} - \underline{V} = \underline{V}(a - 1) = \sqrt{3}\underline{V}e^{j\frac{5\pi}{6}}
\end{aligned} \tag{2.2.13}$$

După cum se observă, valoarea efectivă a mărimilor diferență este aceeaşi şi de $\sqrt{3}$ ori mai mare decât valoarea efectivă *V*, mărimile complexe $\underline{V}_{12}, \underline{V}_{23}, \underline{V}_{31}$ sunt defazate cu $\frac{p}{6}$ înainte față de mărimile $\underline{V}_1, \underline{V}_2, \underline{V}_3$, iar defazajele între două mărimi consecutive ale noului sistem sunt $\frac{2p}{3}$. Să reținem deci pentru mărimea $\underline{V}_{12}$ relațiile

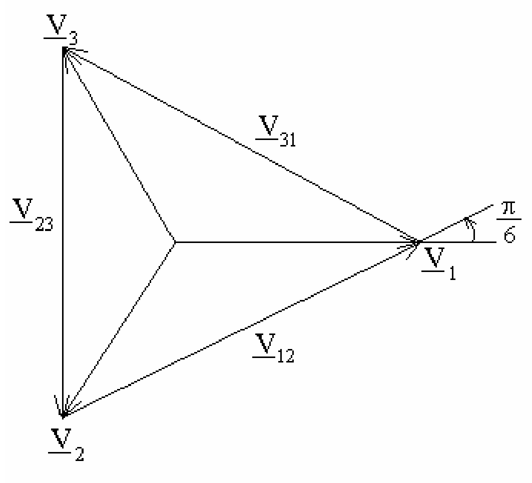


Fig. 2.2.5

$$V_{12} = \sqrt{3}V \qquad (2.2.14)$$

$$\arg \underline{V}_{12} = \arg \underline{V} + \frac{p}{6}. \qquad (2.2.15)$$

Reprezentarea vectorială a celor două sisteme de importanță practică deosebită, este reprezentată în figura 2.2.5.

O demonstrație similară se poate face considerând sistemul $\underline{V}_1, \underline{V}_2, \underline{V}_3$ de succesiune inversă.

În acest caz se obțin relațiile

$$\underline{V}_{12} = \underline{V}_1 - \underline{V}_2 = \underline{V} - a\underline{V} = \underline{V}(1-a) = \sqrt{3}\underline{V}e^{-j\frac{p}{6}}$$

$$\underline{V}_{23} = \underline{V}_2 - \underline{V}_3 = a\underline{V} - a^2\underline{V} = \underline{V}(a - a^2) = \sqrt{3}\underline{V}e^{j\frac{p}{2}} \qquad (2.2.16)$$

$$\underline{V}_{31} = \underline{V}_3 - \underline{V}_1 = a^2\underline{V} - \underline{V} = \underline{V}(a^2 - 1) = \sqrt{3}\underline{V}e^{-j\frac{5p}{6}}.$$

Observație

Se numește regim (trifazat) simetric, regimul în care mărimile electrice (curenții și tensiunile) formează sisteme trifazate simetrice de succesiune directă sau inversă.

c) Un *sistem homopolar* este format din trei mărimi sinusoidale cu valori efective egale și în fază

$$v_1 = v_2 = v_3 = \sqrt{2}\,V \sin(wt + g), \qquad (2.2.17)$$

adică în reprezentare complexă

$$\underline{V}_1 = \underline{V}_2 = \underline{V}_3 = \underline{V} = Ve^{jg}. \qquad (2.2.18)$$

Evident, diferența a două mărimi consecutive este nulă, iar suma tuturor este

$$\underline{V}_1 + \underline{V}_2 + \underline{V}_3 = 3\underline{V} = 3Ve^{jg}. \qquad (2.2.19)$$

2.2.2. Conexiunile circuitelor trifazate

Sistemele trifazate pot funcționa în una din următoarele conexiuni:

- în conexiune stea, obținută prin legarea sfârşitului celor trei faze la un acelaşi punct numit *neutru* sau *nul*;

- în conexiune triunghi, realizată prin legarea sfârşitului fiecărei faze la începutul fazei următoare.

2.2.2.1. Conexiunea stea în regim simetric

În figura 2.2.6. este reprezentat un sistem trifazat compus din generator, linie de transmisie şi receptor, elementele terminale fiind conectate în stea. Considerăm (pentru moment) că impedanțele pe faze ale celor trei componente ale sistemului sunt egale, adică $\underline{Z}_{g1} = \underline{Z}_{g2} = \underline{Z}_{g3} = Z_g e^{jj_g}$ etc.

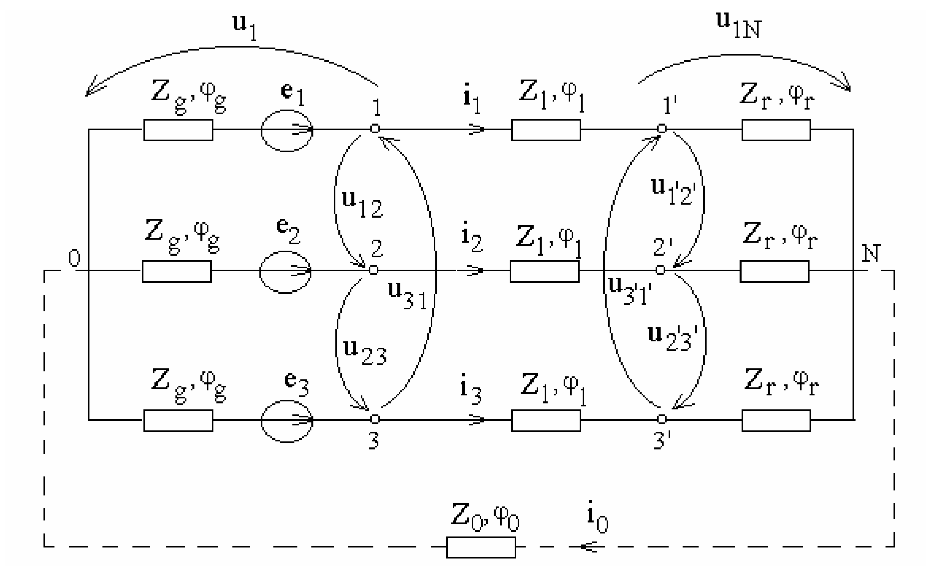


Fig. 2.2.6

Punctul comun la care se conectează bornele fazelor generatorului, notat cu 0, se numeşte ***neutrul*** (***nulul***) ***generatorului***, în timp ce punctul comun la care se conectează bornele impedanţelor de fază ale receptorului, notat cu *N*, se numeşte ***neutrul*** (***nulul***) ***receptorului***. Conexiunea stea având trei conductoare de fază - poate fi completată cu un conductor conectat între cele două neutre şi numit ***conductor neutru*** sau ***fir de nul***. Între tensiunile de fază ale generatorului (tensiunile între fiecare din bornele 1,2,3 şi neutrul 0), notate cu u_1, u_2, u_3 şi tensiunile de linie (între fazele corespunzătoare) la borne, notate cu u_{12}, u_{23}, u_{31}, pentru sensurile de referinţă din figura 2.2.6, se pot scrie cu ajutorul teoremei a doua a lui Kirchhoff relaţiile

$$u_{12} = u_1 - u_2, \quad u_{23} = u_2 - u_3, \quad u_{31} = u_3 - u_1, \tag{2.2.20}$$

respectiv

$$\underline{U}_{12} = \underline{U}_1 - \underline{U}_2, \quad \underline{U}_{23} = \underline{U}_2 - \underline{U}_3, \quad \underline{U}_{31} = \underline{U}_3 - \underline{U}_1. \tag{2.2.21}$$

Sistemul tensiunilor fiind simetric, conform relaţiei (2.2.14) rezultă

$$U_{lg} = \sqrt{3} U_{fg}, \tag{2.2.22}$$

unde s-a notat cu U_l valoarea efectivă a tensiunilor de linie, respectiv cu U_f valoarea efectivă a tensiunilor de fază.

Similar între tensiunile de fază ale receptorului (tensiunile între fiecare din bornele 1',2',3' şi neutrul N), notate cu u_{1N}, u_{2N}, u_{3N} şi tensiunile de linie la bornele receptorului, notate cu $u_{1'2'}, u_{2'3'}, u_{3'1'}$ există relaţia

$$U_{lr} = \sqrt{3} U_{fr}. \tag{2.2.23}$$

Aplicând prima teoremă a lui Kirchhoff în punctul N rezultă (pentru circuitul cu fir neutru)

$$i_1 + i_2 + i_3 = i_0. \tag{2.2.24}$$

Cum regimul este simetric, conform relaţiei (2.2.12), avem

$$i_0 = 0, \qquad (2.2.25)$$

relație valabilă indiferent dacă există fir de nul sau nu.

Rezultă că indiferent de valoarea impedanței firului neutru $(Z_0 \geq 0)$ căderea de tensiune u_{N0} este nulă.

Pentru sistemul trifazat din figura 2.2.6 curenții în fazele generatorului, liniei şi receptorului sunt egali, adică

$$I_{fg} = I_l = I_{fr}. \qquad (2.2.26)$$

2.2.2.2. Conexiunea triunghi în regim simetric

Dacă într-un sistem trifazat alcătuit din generator, linie de transmisie şi receptor, elementele terminale sunt conectate în triunghi, se obține schema din figura 2.2.7.

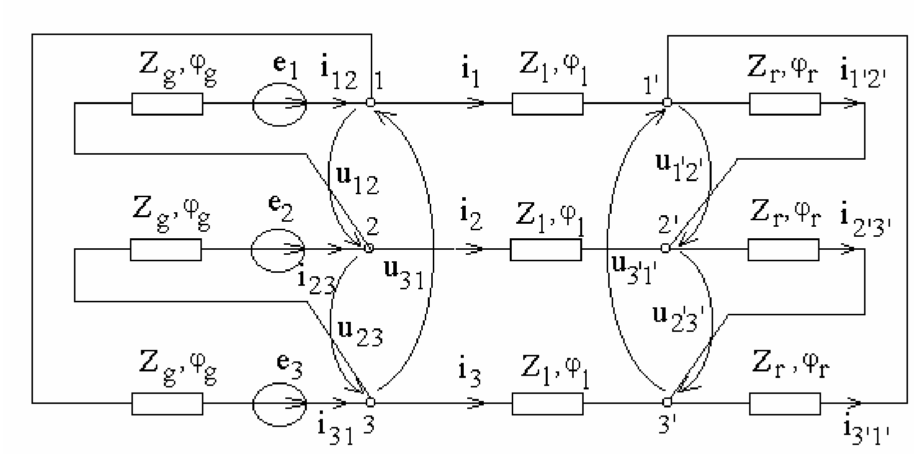


Fig. 2.2.7

Notând cu i_{12}, i_{23}, i_{31} şi $i_{1'2'}, i_{2'3'}, i_{3'1'}$, curenții din fazele generatorului, respectiv ale receptorului, şi cu i_1, i_2, i_3 curenții de linie, aplicând prima teoremă a lui Kirchhoff se obțin relațiile

$$i_1 = i_{12} - i_{31} = i_{1'2'} - i_{3'1'}, \quad i_2 = i_{23} - i_{12} = i_{2'3'} - i_{1'2'}, \quad i_3 = i_{31} - i_{23} = i_{3'1'} - i_{2'3'}, \qquad (2.2.27)$$

respectiv

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{12} - \underline{I}_{31} = \underline{I}_{1'2'} - \underline{I}_{3'1'}, \quad \underline{I}_2 = \underline{I}_{23} - \underline{I}_{12} = \underline{I}_{2'3'} - \underline{I}_{1'2'}, \quad \underline{I}_3 = \underline{I}_{31} - \underline{I}_{23} = \underline{I}_{3'1'} - \underline{I}_{2'3'}.$$

(2.2.28)

Regimul fiind simetric, conform cu relația (2.2.14), între valoarea efectivă a curenților de linie şi cea a curenților de fază ai generatorului, respectiv receptorului, există relația

$$I_l = \sqrt{3}\, I_{fg} = \sqrt{3}\, I_{fr}. \qquad (2.2.29)$$

În cazul conexiunii triunghi, tensiunile de fază ale generatorului, respectiv receptorului, sunt egale cu tensiunile de linie la bornele acestora, adică între valorile efective ale acestor tensiuni există relațiile

$U_{fg} = U_{lg}$, respectiv $U_{fr} = U_{lr}$. (2.2.30)

Observație

În regim simetric, în oricare conexiune, suma curenților de linie şi suma tensiunilor de linie este nulă atât în valori instantanee cât şi complexe.

2.2.3. Circuite trifazate cu cuplaje magnetice

2.2.3.1. Receptor trifazat în conexiune stea cu cuplaje magnetice

Considerăm un receptor în conexiune stea având impedanțe egale pe faze $(\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_3 = \underline{Z})$ fără conductor neutru, care prezintă cuplaje magnetice statice între faze (fig. 2.2.8,a).

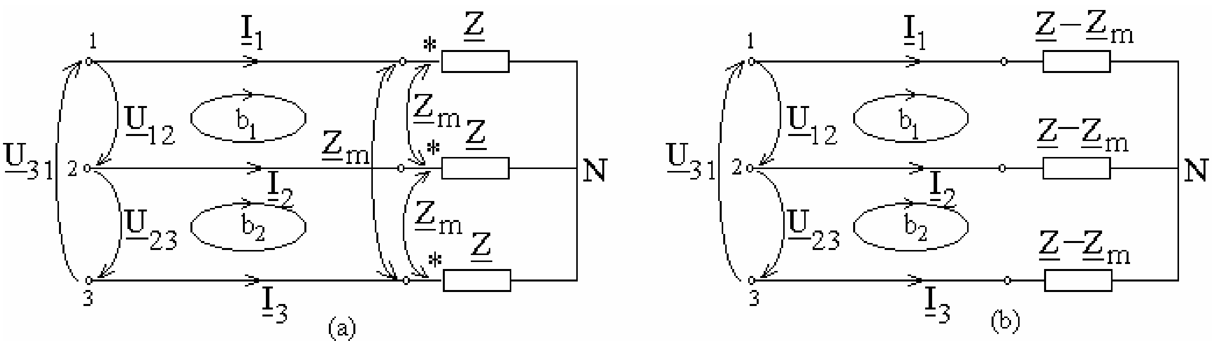


Fig. 2.2.8

Teorema a doua a lui Kirchhoff aplicată pe buclele b_1 şi b_2 conduce la ecuațiile

$$\underline{U}_{12} = \underline{Z}\underline{I}_1 - \underline{Z}\underline{I}_2 + \underline{Z}_m\underline{I}_2 - \underline{Z}_m\underline{I}_1 - \underline{Z}_m\underline{I}_3 + \underline{Z}_m\underline{I}_3$$
$$\underline{U}_{23} = \underline{Z}\underline{I}_2 - \underline{Z}\underline{I}_3 + \underline{Z}_m\underline{I}_3 - \underline{Z}_m\underline{I}_2 + \underline{Z}_m\underline{I}_1 - \underline{Z}_m\underline{I}_1, \qquad (2.2.31)$$

din care se obțin relațiile

$$\underline{U}_{12} = (\underline{Z} - \underline{Z}_m)\underline{I}_1 - (\underline{Z} - \underline{Z}_m)\underline{I}_2,$$
$$\underline{U}_{23} = (\underline{Z} - \underline{Z}_m)\underline{I}_2 - (\underline{Z} - \underline{Z}_m)\underline{I}_3, \qquad (2.2.32)$$

ce corespund schemei echivalente fără cuplaje magnetice din figura 2.2.8,b.

2.2.3.2. Receptor trifazat în conexiune triunghi cu cuplaje magnetice

Fie un receptor echilibrat în conexiune triunghi având cuplaje magnetice între faze (Fig. 2.2.9,a).

Aplicând teorema a doua a lui Kirchhoff pe cele trei bucle obținem

$$\underline{U}_{12} = \underline{Z}\underline{I}_{12} + \underline{Z}_m\underline{I}_{31} + \underline{Z}_m\underline{I}_{23} = \underline{Z}\underline{I}_{12} + \underline{Z}_m(\underline{I}_{23} + \underline{I}_{31}),$$
$$\underline{U}_{23} = \underline{Z}\underline{I}_{23} + \underline{Z}_m\underline{I}_{12} + \underline{Z}_m\underline{I}_{31} = \underline{Z}\underline{I}_{23} + \underline{Z}_m(\underline{I}_{12} + \underline{I}_{31}), \qquad (2.2.33)$$
$$\underline{U}_{31} = \underline{Z}\underline{I}_{31} + \underline{Z}_m\underline{I}_{12} + \underline{Z}_m\underline{I}_{23} = \underline{Z}\underline{I}_{31} + \underline{Z}_m(\underline{I}_{12} + \underline{I}_{23}).$$

Adunând cele trei ecuații şi ținând seama că suma tensiunilor de linie este nulă, rezultă

$$(\underline{Z} + 2\underline{Z}_m)(\underline{I}_{12} + \underline{I}_{23} + \underline{I}_{31}) = 0. \qquad (2.2.34)$$

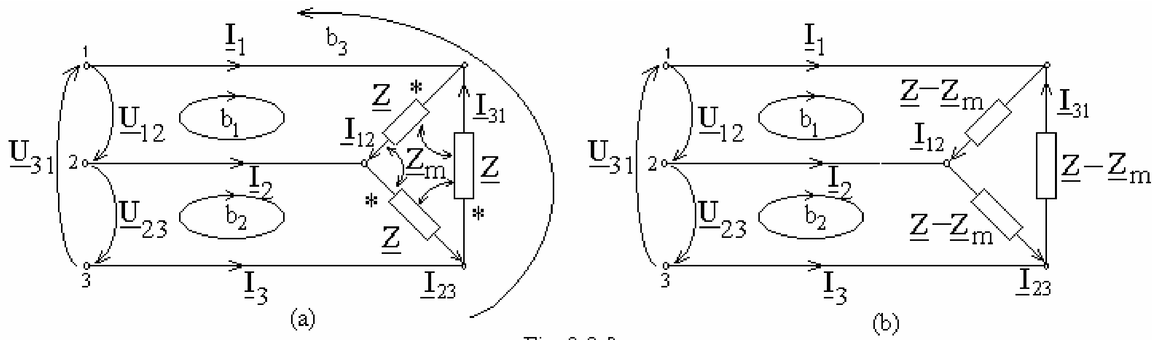


Fig. 2.2.9

Cum primul termen este diferit de zero datorită rezistențelor pozitive ale laturilor, rezultă relația

$$\underline{I}_{12} + \underline{I}_{23} + \underline{I}_{31} = 0. \tag{2.2.35}$$

Ținând seama de ecuația (2.2.35), sistemul (2.2.33) devine

$$\underline{U}_{12} = (\underline{Z} - \underline{Z}_m)\underline{I}_{12}, \quad \underline{U}_{23} = (\underline{Z} - \underline{Z}_m)\underline{I}_{23}, \quad \underline{U}_{31} = (\underline{Z} - \underline{Z}_m)\underline{I}_{31}, \tag{2.2.36}$$

corespunzând schemei echivalente fără cuplaje magnetice din figura 2.2.9,b.

2.2.3.3. Linie trifazată cu cuplaje magnetice între conductoarele fazelor

Pentru linia trifazată reprezentată în figura 2.10,a, se calculează căderea de tensiune pe impedanța fazei 1:

$$\underline{U}_1 = \underline{Z}_l \underline{I}_1 + \underline{Z}_m \underline{I}_2 + \underline{Z}_m \underline{I}_3 = \underline{Z}_l \underline{I}_1 + \underline{Z}_m (\underline{I}_2 + \underline{I}_3). \tag{2.2.37}$$

Dacă sistemul curenților de linie este simetric,

$$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0, \tag{2.2.38}$$

ecuația (2.2.37) devine

$$\underline{U}_1 = (\underline{Z}_l - \underline{Z}_m)\underline{I}_1 \tag{2.2.39}$$

şi corespunde schemei echivalente din figura 2.2.10,b, fazele liniei fiind identice.

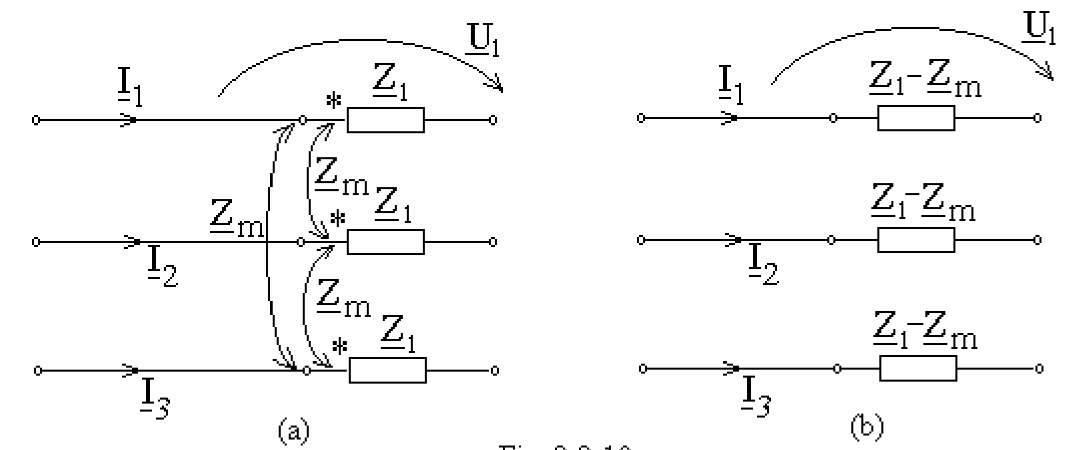


Fig. 2.2.10

2.2.4. Analiza circuitelor trifazate alimentate cu tensiuni simetrice

2.2.4.1. Receptor dezechilibrat în conexiune stea

Definiții:

- Circuitele (receptoarele) trifazate (indiferent de conexiune) care au impedanțele de fază egale în modul şi argument, adică

$$\underline{Z}_{f_1} = \underline{Z}_{f_2} = \underline{Z}_{f_3} = \underline{Z} = Ze^{j\varphi}, \tag{2.2.40}$$

se numesc circuite (receptoare) *echilibrate*.

- Dacă cel puțin una din ecuațiile care derivă din relația (2.2.40) nu este satisfăcută, circuitul (receptorul) se numeşte *dezechilibrat*.

Fie circuitul dezechilibrat în conexiune stea reprezentat în figura 2.2.11.

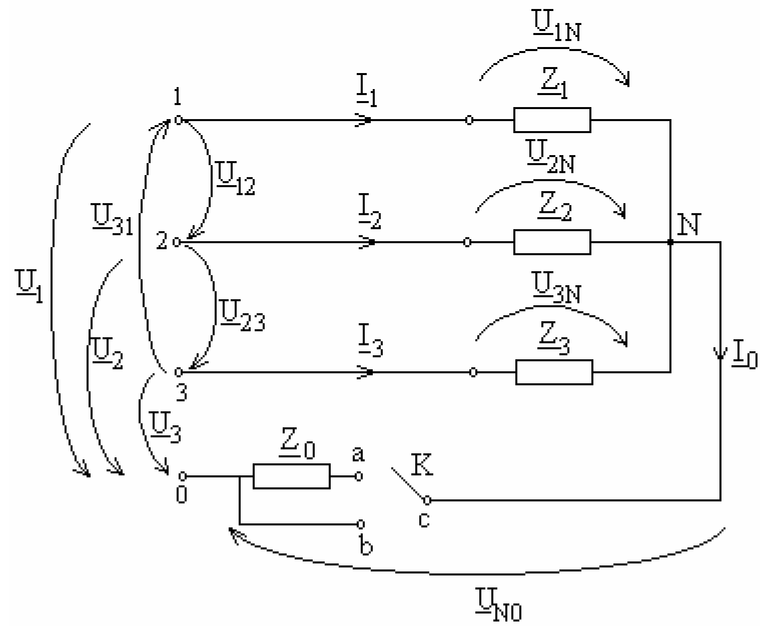


Fig. 2.2.11

Sistemul simetric al tensiunilor de alimentare poate fi pus sub forma

$$\underline{U}_1 = U_f e^{ja},$$
$$\underline{U}_2 = a^2 \underline{U}_1, \qquad (2.2.41)$$
$$\underline{U}_3 = a\underline{U}_1.$$

a) Când întrerupătorul K este închis pe poziția ***a***, receptorul are conexiune *stea cu conductor neutru de impedanță* $\underline{Z}_0 \neq 0$. Curenții de fază, aceeaşi cu cei de linie, se exprimă cu legea lui Ohm în complex, prelucrată cu ajutorul teoremei a doua a lui Kirchhoff, prin relațiile

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_{1N}}{\underline{Z}_1} = \underline{Y}_1(\underline{U}_1 - \underline{U}_{N0}),$$
$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_{2N}}{\underline{Z}_2} = \underline{Y}_2(\underline{U}_2 - \underline{U}_{N0}), \qquad (2.2.42)$$
$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{U}_{3N}}{\underline{Z}_3} = \underline{Y}_3(\underline{U}_3 - \underline{U}_{N0}),$$

iar curentul din conductorul neutru, în mod similar

$$\underline{I}_0 = \frac{\underline{U}_{N0}}{\underline{Z}_0} = \underline{Y}_0 \underline{U}_{N0}. \qquad (2.2.43)$$

Aplicând prima teoremă a lui Kirchhoff în nodul N, rezultă:

$$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = \underline{I}_0, \qquad (2.2.44)$$

şi ținând seama de relațiile (2.2.42) şi (2.2.43) se obține

$$\underline{Y}_1\underline{U}_1 + \underline{Y}_2\underline{U}_2 + \underline{Y}_3\underline{U}_3 - \underline{U}_{N0}(\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3 + \underline{Y}_0) = 0. \qquad (2.2.45)$$

Relația (2.2.45) permite calculul tensiunii $\underline{U}_{N0}$ numită *tensiunea de deplasare a neutrului*, sau simplu - *deplasarea neutrului*:

$$\underline{U}_{N0} = \underline{V}_N - \underline{V}_0 = \frac{\underline{Y}_1\underline{U}_1 + \underline{Y}_2\underline{U}_2 + \underline{Y}_3\underline{U}_3}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3 + \underline{Y}_0}. \tag{2.2.46}$$

Odată calculată tensiunea $\underline{U}_{N0}$, curenții se calculează cu relațiile (2.2.42) şi (2.2.43).

b) Dacă întrerupătorul K se închide pe poziția *b*, receptorul este conectat în *stea cu conductor neutru de impedanță* $\underline{Z}_0 = 0$. În acest caz deplasarea neutrului este nulă, adică

$$\underline{U}_{N0} = \underline{V}_N - \underline{V}_0 = 0, \tag{2.2.47}$$

potențialele celor două neutre fiind egale $(\underline{V}_N = \underline{V}_0)$.

Curenții de fază (egali cu cei de linie) se calculează cu relațiile

$$\underline{I}_1 = \underline{Y}_1\underline{U}_1, \quad \underline{I}_2 = \underline{Y}_2\underline{U}_2, \quad \underline{I}_3 = \underline{Y}_3\underline{U}_3, \tag{2.2.48}$$

iar

$$\underline{I}_0 = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3. \tag{2.2.49}$$

c) În cazul în care întrerupătorul K rămâne deschis, receptorul este conectat în *stea fără conductor neutru* (cu *neutrul izolat*), ceea ce echivalează cu relația $\underline{Z}_0 \to \infty$.

În această situație prima teoremă a lui Kirchhoff conduce la relația

$$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0, \tag{2.2.50}$$

din care, ținând seama de ecuațiile (2.2.42), obținem

$$\underline{U}_{N0} = \underline{V}_N - \underline{V}_0 = \frac{\underline{Y}_1\underline{U}_1 + \underline{Y}_2\underline{U}_2 + \underline{Y}_3\underline{U}_3}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3}. \tag{2.2.51}$$

Acelaşi rezultat se obține dacă în relația (2.2.46) se înlocuieşte $\underline{Y}_0 = 1/\underline{Z}_0 = 0$.

După calculul tensiunii $\underline{U}_{N0}$ cu relația (2.2.51), curenții fazelor receptorului se calculează cu relațiile (2.2.42).

Dacă nu se cunosc (sau nu se pot determina prin măsurare pentru că neutrul rețelei nu este accesibil) tensiunile de fază, dar se cunosc sau se pot măsura tensiunile de linie (între faze), curenții se exprimă cu relațiile

$$\begin{aligned} \underline{I}_1 &= \underline{Y}_1\underline{U}_{1N} = \underline{Y}_1(\underline{U}_{12} + \underline{U}_{2N}) \\ \underline{I}_2 &= \underline{Y}_2\underline{U}_{2N} \\ \underline{I}_3 &= \underline{Y}_3\underline{U}_{3N} = \underline{Y}_3(-\underline{U}_{23} + \underline{U}_{2N}). \end{aligned} \tag{2.2.52}$$

Substituind aceste relații în (2.2.50) se determină tensiunea pe faza a doua a receptorului

$$\underline{U}_{2N} = \frac{\underline{Y}_3\underline{U}_{23} - \underline{Y}_1\underline{U}_{12}}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3}. \tag{2.2.53}$$

Cum tensiunile de linie satisfac relația

$$\underline{U}_{12} + \underline{U}_{23} + \underline{U}_{31} = 0, \tag{2.2.54}$$

se obțin expresiile curenților sub forma

$$\underline{I}_1 = \underline{Y}_1 \frac{\underline{Y}_2\underline{U}_{12} - \underline{Y}_3\underline{U}_{31}}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3}$$

$$\underline{I}_2 = \underline{Y}_2 \frac{\underline{Y}_3\underline{U}_{23} - \underline{Y}_1\underline{U}_{12}}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3} \qquad (2.2.55)$$

$$\underline{I}_3 = \underline{Y}_{33} \frac{\underline{Y}_1\underline{U}_{31} - \underline{Y}_2\underline{U}_{23}}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3}.$$

Exemplul E.2.2.1

Receptorul trifazat din figura E.2.2.1 este alimentat cu un sistem simetric de tensiuni cu tensiunea fazei 1 $\underline{U}_1 = 120V$. Să se calculeze curenții fazelor și curentul din firul de nul când se cunosc următoarele valori ale parametrilor:
$R_2 = R_3 = 10\,\Omega,\ X_{L0} = X_{C1} = 10/\sqrt{3}\,\Omega,$
$X_{L2} = X_{C2} = 10\sqrt{3}\,\Omega.$

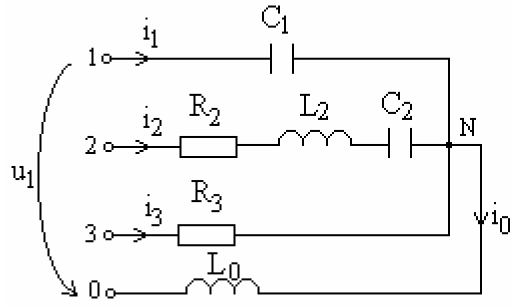


Fig. E.2.2.1

Soluție:

Se calculează impedanțele receptorului în conexiune stea cu conductor neutru:

$$\underline{Z}_1 = -jX_{C1} = -j\frac{10}{\sqrt{3}};\ \ \underline{Z}_2 = R_2 + jX_{L2} - jX_{C2} = 10;\ \ \underline{Z}_3 = R_3 = 10;\ \ \underline{Z}_0 = jX_{L0} = j\frac{10}{\sqrt{3}}.$$

Receptorul fiind dezechilibrat se calculează deplasarea neutrului:

$$\underline{U}_{N0} = \frac{\underline{U}_1\underline{Y}_1 + \underline{U}_2\underline{Y}_2 + \underline{U}_3\underline{Y}_3}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3 + \underline{Y}_0} = \frac{120\left(\frac{\sqrt{3}}{10}j + e^{-j\frac{2\pi}{3}}\frac{1}{10} + e^{j\frac{2\pi}{3}}\frac{1}{10}\right)}{\frac{\sqrt{3}}{10}j + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} - \frac{\sqrt{3}}{10}j} = 120e^{j\frac{2\pi}{3}},$$

apoi tensiunile fazelor

$$\underline{U}_{1N} = \underline{U}_1 - \underline{U}_{N0} = 120 - 120e^{j\frac{2\pi}{3}} = 120\sqrt{3}e^{-j\frac{\pi}{6}}$$

$$\underline{U}_{2N} = \underline{U}_2 - \underline{U}_{N0} = 120e^{-j\frac{2\pi}{3}} - 120e^{j\frac{2\pi}{3}} = 120\sqrt{3}e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

$$\underline{U}_{3N} = \underline{U}_3 - \underline{U}_{N0} = 120e^{j\frac{2\pi}{3}} - 120e^{j\frac{2\pi}{3}} = 0.$$

Curenții fazelor se calculează cu legea lui Ohm:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_{1N}}{\underline{Z}_1} = \frac{120\sqrt{3}e^{-j\frac{\pi}{6}}}{-j\frac{10}{\sqrt{3}}} = 36e^{j\frac{\pi}{3}},\quad \underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_{2N}}{\underline{Z}_2} = \frac{120\sqrt{3}e^{-j\frac{\pi}{2}}}{10} = 12\sqrt{3}e^{-j\frac{\pi}{2}},\quad \underline{I}_3 = 0,$$

iar curentul din firul de nul cu prima teoremă a lui Kirchhoff:

$$\underline{I}_0 = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 36e^{j\frac{\pi}{3}} + 12\sqrt{3}e^{-j\frac{\pi}{2}} = 12\sqrt{3}e^{j\frac{\pi}{6}}.$$

2.2.4.2. Receptor echilibrat în conexiune stea

Pentru acest tip de receptor este satisfăcută relația (2.2.40), ceea ce conduce la egalitatea admitanțelor

$$\underline{Y}_1 = \underline{Y}_2 = \underline{Y}_3 = \underline{Y} = Ye^{-jj} \, . \tag{2.2.56}$$

Tensiunile aplicate receptorului fiind definite de sistemul (2.2.41) şi ţinând seama de relaţiile (2.2.42-44), ecuaţia (2.2.45) devine

$$\underline{Y}(\underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_3) - \underline{U}_{N0}(3\underline{Y} + \underline{Y}_0) = 0. \tag{2.2.57}$$

Deoarece $\underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_3 = 0,$ rezultă

$$\underline{U}_{N0}(3\underline{Y} + \underline{Y}_0) = 0, \tag{2.2.58}$$

relaţie valabilă atât pentru conexiunea stea cu conductor neutru de impedanţă $\underline{Z}_0 \neq 0,$ cât şi pentru conexiunea stea cu neutrul izolat $(\underline{Z}_0 \to \infty).$

În ambele cazuri soluţia ecuaţiei (2.2.58) este

$$\underline{U}_{N0} = \underline{V}_N - \underline{V}_0 = 0, \tag{2.2.59}$$

deoarece în reţelele disipative părţile reale (rezistenţe, respectiv conductanţe) ale impedanţelor şi admitanţelor sunt pozitive şi nenule.

Evident relaţia (2.2.59) este valabilă şi pentru conexiunea stea cu conductor neutru de impedanţă $\underline{Z}_0 = 0$ $(\underline{V}_N = \underline{V}_0).$

Rezultă deci că în cazul receptorului echilibrat în conexiune stea, indiferent de variantă, deplasarea neutrului este nulă. În această situaţie este evident că tensiunile de fază ale receptorului sunt egale cu tensiunile de fază ale reţelei, adică:

$$\underline{U}_{1N} = \underline{U}_1, \quad \underline{U}_{2N} = \underline{U}_2, \quad \underline{U}_{3N} = \underline{U}_3. \tag{2.2.60}$$

Aplicând legea lui Ohm în complex se obţin curenţii de fază (egali cu cei de linie)

$$\underline{I}_1 = \underline{Y}\underline{U}_1, \quad \underline{I}_2 = \underline{Y}\underline{U}_2 = a^2\underline{Y}\underline{U}_1 = a^2\underline{I}_1, \quad \underline{I}_3 = \underline{Y}\underline{U}_3 = a\underline{Y}\underline{U}_1 = a\underline{I}_1. \tag{2.2.61}$$

Relaţiile (2.2.61) arată că în cazul unui receptor echilibrat, în oricare din variantele conexiunii stea, alimentat cu un sistem simetric direct de tensiuni, curenţii absorbiţi formează un sistem simetric direct cu valorile efective

$$I_1 = I_2 = I_3 = \frac{U_f}{Z}. \tag{2.2.62}$$

Dacă în cazul conexiunii stea cu neutrul izolat se cunosc tensiunile de linie care conform teoremei 2.2.2 satisfac relaţiile

$$\begin{aligned} \underline{U}_{12} &= \underline{U}_1 - \underline{U}_2 = \sqrt{3}\,\underline{U}_1 e^{j\frac{p}{6}} \\ \underline{U}_{23} &= \underline{U}_2 - \underline{U}_3 = a^2\underline{U}_{12} \\ \underline{U}_{31} &= \underline{U}_3 - \underline{U}_1 = a\underline{U}_{12}, \end{aligned} \tag{2.2.63}$$

din prima ecuaţie a sistemului (2.2.63), ţinând seama de (2.2.60), se obţine:

$$\underline{U}_{1N} = \underline{U}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}\underline{U}_{12} e^{-j\frac{p}{6}}. \tag{2.2.64}$$

Curenţii se exprimă cu relaţiile (2.2.61) prelucrate sub forma

$$\underline{I}_1 = \underline{Y}\underline{U}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}\underline{Y}\underline{U}_{12} e^{-j\frac{p}{6}}, \quad \underline{I}_2 = a^2\underline{I}_1, \quad \underline{I}_3 = a\underline{I}_1. \tag{2.2.65}$$

În acest caz valorile efective ale curenţilor sunt

$$I_1 = I_2 = I_3 = \frac{U_l}{\sqrt{3}\,Z}. \qquad (2.2.66)$$

2.2.4.3. Receptor dezechilibrat în conexiune triunghi

Dacă receptorul are fazele conectate în triunghi, şi linia de alimentare este fără pierderi, tensiunile de linie ale reţelei de alimentare se aplică direct fazelor receptorului ca în figura 2.2.12. Aceste tensiuni formează sistemul trifazat simetric direct

$$\underline{U}_{12} = U_l e^{ja}, \quad \underline{U}_{23} = a^2 \underline{U}_{12}, \quad \underline{U}_{31} = a\underline{U}_{12}. \qquad (2.2.67)$$

Exprimând curenţii fazelor cu legea lui Ohm, se obţin relaţiile

$$\underline{I}_{12} = \frac{\underline{U}_{12}}{\underline{Z}_{12}}, \quad \underline{I}_{23} = \frac{\underline{U}_{23}}{\underline{Z}_{23}}, \quad \underline{I}_{31} = \frac{\underline{U}_{31}}{\underline{Z}_{31}} \qquad (2.2.68)$$

şi aplicând prima teoremă a lui Kirchhoff în nodurile 1',2' şi 3', se obţin curenţii de linie

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{12} - \underline{I}_{31}, \quad \underline{I}_2 = \underline{I}_{23} - \underline{I}_{12}, \quad \underline{I}_3 = \underline{I}_{31} - \underline{I}_{23}. \qquad (2.2.69)$$

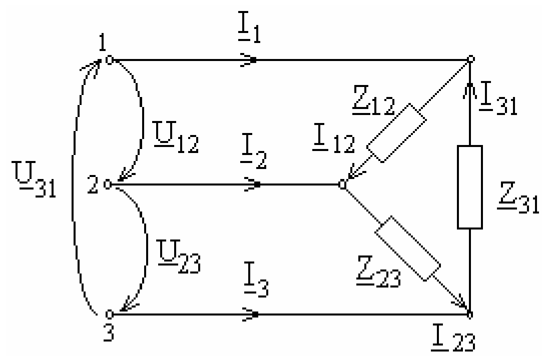


Fig. 2.2.12

Exemplul E.2.2.2

Se dă receptorul trifazat în conexiune triunghi din figura E.2.2.2, pentru care se cunosc valorile parametrilor $R_1 = 20\,\Omega$, $R_2 = R_3 = 10\,\Omega$, $X_L = X_C = 10\sqrt{3}\,\Omega$.

Ştiind că sistemul tensiunilor de alimentare este simetric de secvenţă directă, să se calculeze curenţii de fază şi de linie.

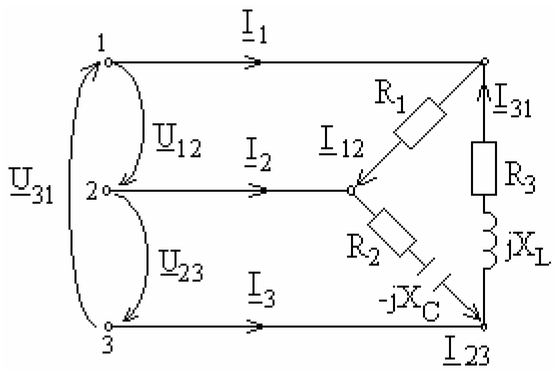


Fig. E.2.2.2

Soluţie

Impedanţele fazelor receptorului au valorile:

$$\underline{Z}_1 = R_1 = 20, \ \underline{Z}_2 = R_2 - jX_C = 20e^{-j\frac{p}{3}}, \ \underline{Z}_3 = R_3 + jX_L = 20e^{j\frac{p}{3}}.$$

Cu ajutorul legii lui Ohm se calculează curenţii de fază:

$$\underline{I}_{12} = \frac{\underline{U}_{12}}{\underline{Z}_{12}} = \frac{200}{20} = 10, \ \underline{I}_{23} = \frac{\underline{U}_{23}}{\underline{Z}_{23}} = \frac{200e^{-j\frac{2p}{3}}}{20e^{-j\frac{p}{3}}} = 10e^{-j\frac{p}{3}}, \ \underline{I}_{23} = \frac{\underline{U}_{23}}{\underline{Z}_{23}} = \frac{200e^{j\frac{2p}{3}}}{20e^{j\frac{p}{3}}} = 10e^{j\frac{p}{3}}$$

iar cu prima teoremă a lui Kirchhoff se determină curenţii de linie:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{12} - \underline{I}_{31} = 10 - 10e^{j\frac{p}{3}} = 10e^{-j\frac{p}{3}}$$

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_{23} - \underline{I}_{12} = 10e^{-j\frac{p}{3}} - 10 = 10e^{-j\frac{2p}{3}}$$

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_{31} - \underline{I}_{23} = 10e^{j\frac{p}{3}} - 10e^{-j\frac{p}{3}} = 10\sqrt{3}e^{j\frac{p}{2}}.$$

2.2.4.4. Receptor echilibrat în conexiune triunghi

În acest caz impedanțele fazelor receptorului satisfac relația

$$\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{23} = \underline{Z}_{31} = \underline{Z} = Ze^{jj}. \qquad (2.2.70)$$

iar curenții de fază se exprimă cu relațiile (2.2.68), obținându-se

$$\underline{I}_{12} = \frac{\underline{U}_{12}}{\underline{Z}}, \quad \underline{I}_{23} = \frac{\underline{U}_{23}}{\underline{Z}} = \frac{a^2\underline{U}_{12}}{\underline{Z}} = a^2\underline{I}_{12}, \quad \underline{I}_{31} = \frac{\underline{U}_{31}}{\underline{Z}} = \frac{a\underline{U}_{12}}{\underline{Z}} = a\underline{I}_{12}. \qquad (2.2.71)$$

Relațiile (2.2.71) arată că la alimentarea receptorului echilibrat în conexiune triunghi cu tensiuni simetrice, ca şi la cel în stea, curenții absorbiți pe faze formează un sistem simetric cu valorile efective

$$\underline{I}_{12} = \underline{I}_{23} = \underline{I}_{31} = \frac{U_l}{Z}. \qquad (2.2.72)$$

Curenții de linie se determină cu relațiile (2.2.69) şi conform teoremei 2.2.2, vor forma la rândul lor un sistem simetric direct

$$\begin{aligned} &\underline{I}_1 = \underline{I}_{12} - \underline{I}_{31} = \underline{I}_{12}(1-a) = \sqrt{3}\underline{I}_{12}e^{-j\frac{p}{6}} \\ &\underline{I}_2 = a^2\underline{I}_1 \\ &\underline{I}_3 = a\underline{I}_1, \end{aligned} \qquad (2.2.73)$$

cu valorile efective

$$I_1 = I_2 = I_3 = \frac{\sqrt{3}U_l}{Z}. \qquad (2.2.74)$$

Observații

1. În cazul mai multor circuite (receptoare) conectate în serie sau în paralel şi în conexiuni diferite, se pot face transfigurări succesive, pentru a obține un receptor echivalent în stea sau în triunghi.

2. În cazul mai multor circuite (receptoare) dezechilibrate în stea, cu neutrele izolate, potențialele acestor neutre nu coincid şi stelele nu pot fi conectate cu laturile omoloage în paralel. În acest caz se impune transfigurarea stelelor în triunghiuri, laturile omoloage ale acestor triunghiuri fiind conectate în paralel, ceea ce permite obținerea unui receptor echivalent în triunghi.

3. Dacă un circuit (receptor) în conexiune triunghi este alimentat printr-o linie având impedanțe nenule pe faze, pentru a determina tensiunile aplicate fazelor receptorului trebuie să se țină seama de căderile de tensiune pe linie. Pentru aceasta circuitul (receptorul) în triunghi se transfigurează în stea şi apoi, prin înserierea impedanțelor de fază ale stelei

obținute cu impedanțele liniei, rezultă circuitul echivalent în stea. Rezolvarea acestuia furnizează curenții prin linie care vor determina căderile de tensiune căutate.

4. Pentru circuitele (receptoarele) echilibrate, conform relațiilor de transfigurare stea-triunghi prezentate în capitolul 1, sunt valabile relațiile

$$\underline{Z}_{\Delta} = 3\underline{Z}_{Y}. \tag{2.2.75}$$

5. În regim simetric, curenții de linie sunt defazați față de tensiunile stelate ale generatorului (tensiuni de fază când acesta este conectat în stea) sau ale receptorului cu argumentul $j = arctg(X / R)$ al impedanțelor de sarcină $\underline{Z} = R + jX$ şi au valoarea efectivă

$$I_l = \frac{U_f}{Z_Y} = 3\frac{U_f}{Z_{\Delta}} = \frac{U_l}{\sqrt{3}\ Z_Y} = \frac{\sqrt{3}\ U_l}{Z_{\Delta}}. \tag{2.2.76}$$

6. În cazul circuitelor (rețelelor) trifazate echilibrate în stea, curenții fazelor formează un sistem trifazat simetric şi prin conductorul neutru nu trece curent. Acest conductor ar putea fi deci suprimat. În practică însă, în rețelele de distribuție la joasă tensiune, nu se renunță la el datorită numărului mare de consumatori cu receptoare monofazate care fac imposibilă o echilibrare perfectă. Acest conductor neutru, cu secțiune mai mică decât a conductoarelor de fază, are rolul de a stabiliza potențialul punctului neutru al receptorului, astfel încât fiecărei faze să i se aplice practic aceeaşi tensiune efectivă.

Exemplul E.2.2.3.

Circuitul din figura E.2.2.3,a, compus din două receptoare dezechilibrate în conexiune stea, este alimentat cu un sistem simetric de tensiuni. Să se exprime curenții din fazele liniei de alimentare.

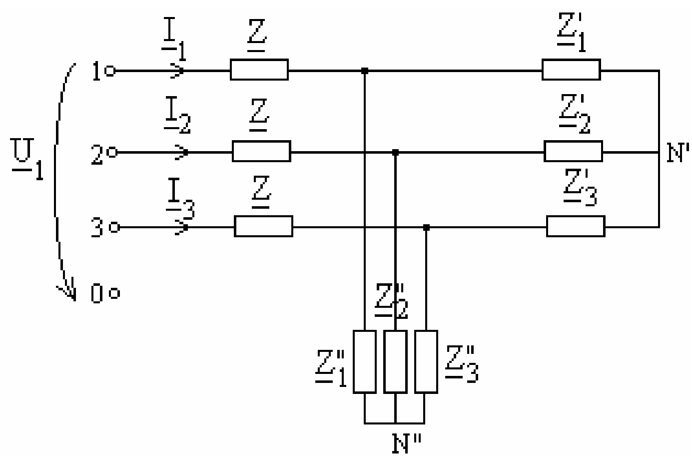


Fig. E.2.2.3.,a

Soluție

Cele două receptoare fiind dezechilibrate, potențialele neutrelor lor N' şi N" sunt diferite, deci conexiunile stea nu se pot considera în paralel. În această situație se transfigurează conexiunile stea în triunghi şi se obțin impedanțele echivalente pe fază:

$$\underline{Z}'_{ij} = \frac{1}{\underline{Y}'_{ij}} = \frac{\sum_{k=1}^{3} \underline{Y}'_k}{\underline{Y}'_i \underline{Y}'_j}, \quad i, j = \overline{1,3}$$

respectiv

$$\underline{Z}_{ij}^{''} = \frac{1}{\underline{Y}_{ij}^{''}} = \frac{\sum_{k=1}^{3} \underline{Y}_k^{''}}{\underline{Y}_i^{''} \underline{Y}_j^{''}}, \quad i, j = \overline{1,3}.$$

ale receptoarelor echivalente reprezentate în figura E.2.2.3,b.

Receptorul echivalent în triunghi are impedanțele

$$\underline{Z}_{ij} = \frac{1}{\underline{Y}_{ij}} = \frac{1}{\underline{Y}_{ij}^{'} + \underline{Y}_{ij}^{''}}, \quad i, j = \overline{1,3}, \; i \neq j.$$

Acest receptor se transfigurează apoi într-un receptor în conexiune stea, cu impedanțele pe fază

$$\underline{Z}_1 = \frac{\underline{Z}_{12}\underline{Z}_{31}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}}, \quad \underline{Z}_2 = \frac{\underline{Z}_{23}\underline{Z}_{12}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}}, \quad \underline{Z}_3 = \frac{\underline{Z}_{31}\underline{Z}_{23}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}}.$$

La acest pas, schema echivalentă a circuitului este cea reprezentată în figura E.2.2.3,c.

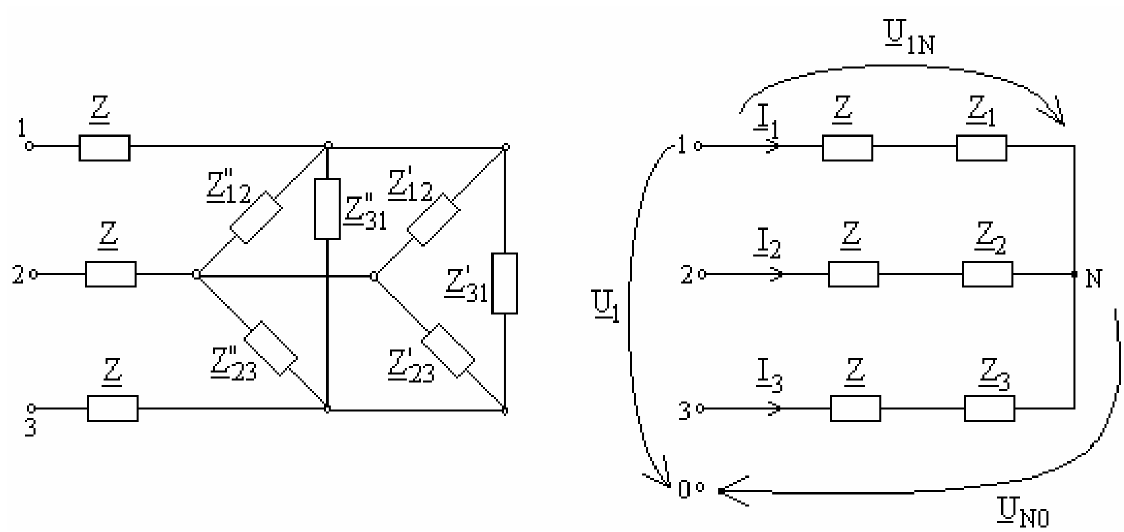


Fig. E.2.2.3,b şi c

Deplasarea neutrului se calculează cu relația

$$\underline{U}_{N0} = \frac{\underline{U}_1\underline{Y}_{e1} + \underline{U}_2\underline{Y}_{e2} + \underline{U}_3\underline{Y}_{e3}}{\underline{Y}_{e1} + \underline{Y}_{e2} + \underline{Y}_{e3}}$$

unde $\underline{Y}_{ek} = \dfrac{1}{\underline{Z} + \underline{Z}_k}, \quad k = \overline{1,3}.$

Tensiunile aplicate fazelor receptorului echivalent sunt:

$$\underline{U}_{kN} = \underline{U}_k - \underline{U}_{N0}, \quad k = \overline{1,3},$$

iar curenții fazelor, egali cu cei din linia de alimentare sunt:

$$\underline{I}_k = \underline{U}_{kN}\underline{Y}_{eN}, \quad k = \overline{1,3}.$$

Observație:

Într-o rețea trifazată echilibrată în regim simetric, tensiunile şi curenții sunt simetrici, iar conductoarele neutre nu sunt parcurse de curent şi căderile de tensiune pe neutre sunt nule. Ca urmare, punerea în scurtcircuit a tuturor punctelor neutre nu schimbă nici curenții, nici tensiunile rețelei, regimul de funcționare rămânând simetric. În consecință putem calcula mărimile fazei 1 utilizând o schemă monofazată constituită din elemente ale fazei 1 şi un conductor neutru de impedanță $\underline{Z}_0 = 0$. Procedeul este cunoscut sunt numele de “*Metoda schemei monofazate*”. Pentru a obține schema monofazată de calcul se procedează astfel:

- se elimină cuplajele mutuale, dacă este cazul;
- se transfigurează toate conexiunile triunghi în conexiuni stea cu relația $\underline{Z}_Y = \underline{Z}_\Delta / 3$.

Din schema monofazată se poate calcula simplu curentul I_1, curenții celorlalte faze fiind $\underline{I}_2 = a^2 \underline{I}_1$ şi $\underline{I}_3 = a\underline{I}_1$.

2.2.5. Puteri în circuite trifazate

2.2.5.1. Puteri în sistemele trifazate funcționând în regim nesimetric

Un circuit (receptor) trifazat poate fi considerat ca un multipol cu 4 sau 3 borne de acces, după cum este sau nu prevăzut cu conductor neutru (Fig.2.2.13). Dacă neutrul 0 al rețelei de alimentare este accesibil şi se consideră că sistemul tensiunilor de fază ale generatorului (rețelei) este simetric, sunt valabile relațiile (2.2.41). Dacă neutrul nu este accesibil, se dau tensiunile de linie sub forma (2.2.67).

Puterea complexă trifazată transmisă pe la borne receptorului reprezentat în figura 2.2.13, se poate exprima în funcție de potențialele şi curenții asociați bornelor, cu relația

$$\underline{S}_g = \underline{V}_1 \underline{I}_1^* + \underline{V}_2 \underline{I}_2^* + \underline{V}_3 \underline{I}_3^* + \underline{V}_0 (-\underline{I}_0^*). \qquad (2.2.77)$$

Cum $\underline{I}_0 = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3$, substituind această relație în (2.2.77) se obține

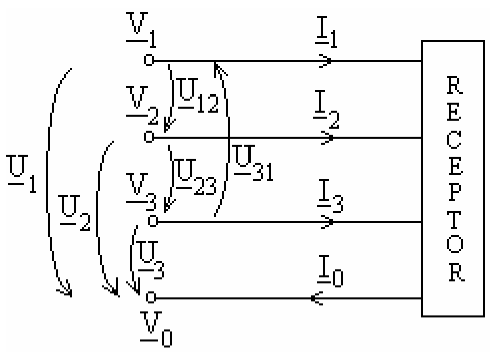


Fig. 2.2.13

$$\underline{S}_g = (\underline{V}_1 - \underline{V}_0)\underline{I}_1^* + (\underline{V}_2 - \underline{V}_0)\underline{I}_2^* + (\underline{V}_3 - \underline{V}_0)\underline{I}_3^* = \underline{U}_1 \underline{I}_1^* + \underline{U}_2 \underline{I}_2^* + \underline{U}_3 \underline{I}_3^*. \qquad (2.2.78)$$

Circuitul fiind dezechilibrat, rezultă că sistemul curenților este oarecare, deci

$$\underline{I}_1 = I_1 e^{jb_1}, \quad \underline{I}_2 = I_2 e^{jb_2}, \quad \underline{I}_3 = I_3 e^{jb_3}. \qquad (2.2.79)$$

Prelucrând relația (2.78) în funcție de relațiile (2.41) şi (2.79) se obține

$$\underline{S}_g = U_1 I_1 e^{jj_1} + U_2 I_2 e^{jj_2} + U_3 I_3 e^{jj_3}, \qquad (2.2.80)$$

unde $j_j, j = \overline{1,3}$ se defineşte cu relația

$$j_j = a - b_j \qquad (2.2.81)$$

Partea reală a puterii complexe reprezintă puterea activă trifazată furnizată receptorului

$$P_g = \mathrm{Re}\{\underline{S}_g\} = U_1 I_1 \cos(\underline{U}_1, \underline{I}_1) + U_2 I_2 \cos(\underline{U}_2, \underline{I}_2) + U_3 I_3 \cos(\underline{U}_3, \underline{I}_3). \qquad (2.2.82)$$

Puterea reactivă trifazată furnizată la borne este partea imaginară a puterii complexe

$$Q_g = \mathrm{Im}\{\underline{S}_g\} = U_1 I_1 \sin(\underline{U}_1, \underline{I}_1) + U_2 I_2 \sin(\underline{U}_2, \underline{I}_2) + U_3 I_3 \sin(\underline{U}_3, \underline{I}_3). \qquad (2.2.83)$$

Dacă neutrul rețelei nu este accesibil (rețea fără conductor neutru), este satisfăcută relația $\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0$ şi dacă se ia ca referință pentru potențiale borna (faza) 3, relația (2.2.78) devine

$$\underline{S}_g = (\underline{U}_1 - \underline{U}_3)\underline{I}_1^* + (\underline{U}_2 - \underline{U}_3)\underline{I}_2^* = \underline{U}_{13}\underline{I}_1^* + \underline{U}_{23}\underline{I}_2^*. \qquad (2.2.84)$$

În consecință, puterea activă este

$$P_g = \mathrm{Re}\{\underline{S}_g\} = U_{13} I_1 \cos(\underline{U}_{13}, \underline{I}_1) + U_{23} I_2 \cos(\underline{U}_{23}, \underline{I}_2), \qquad (2.2.85)$$

iar puterea reactivă

$$Q_g = \mathrm{Im}\{\underline{S}_g\} = U_{13} I_1 \sin(\underline{U}_{13}, \underline{I}_1) + U_{23} I_2 \sin(\underline{U}_{23}, \underline{I}_2). \qquad (2.2.86)$$

În afara acestor puteri definite la bornele receptorului, se mai pot exprima puterile consumate în elementele rezistive şi reactive ale circuitului. Astfel puterea complexă consumată de receptorul trifazat în conexiune stea se calculează cu relația

$$\underline{S}_c = \underline{Z}_1 I_1^2 + \underline{Z}_2 I_2^2 + \underline{Z}_3 I_3^2 + \underline{Z}_0 I_0^2 = \sum_{k=0}^{3} R_k I_k^2 + j\sum_{k=0}^{3} X_k I_k^2, \qquad (2.2.87)$$

din care rezultă puterile activă şi reactivă consumate de receptor

$$P_c = \mathrm{Re}\{\underline{S}_c\} = \sum_{k=0}^{3} R_k I_k^2, \qquad (2.2.88)$$

respectiv

$$Q_c = \mathrm{Im}\{\underline{S}_c\} = \sum_{k=0}^{3} X_k I_k^2 = \sum_{k=0}^{3} (X_{L_k} - X_{C_k}) I_k^2. \qquad (2.2.89)$$

Evident, conform teoremei de conservare a puterilor în curent alternativ, puterile calculate cu relațiile (2.2.82) sau (2.2.85) şi (2.2.88), respectiv (2.2.83) sau (2.2.86) şi (2.2.89) trebuie să fie identice, ceea ce constituie verificarea rezolvării circuitului cu metoda bilanțului de puteri.

2.2.5.2. Puteri în sistemele trifazate funcționând în regim simetric

Dacă sistemul tensiunilor de alimentare ale unui receptor echilibrat în conexiune stea cu conductor neutru este simetric de succesiune directă, sistemul curenților va fi de asemenea simetric direct.

Puterea instantanee totală furnizată unei sarcini trifazate în regim simetric este

$$p = u_1 i_1 + u_2 i_2 + u_3 i_3. \qquad (2.2.90)$$

Prelucrând relația (2.2.90) se obține

$$p = 3 U_f I_f \cos j, \qquad (2.2.91)$$

unde

$$j = a - b, \qquad (2.2.92)$$

este defazajul între tensiunea şi curentul de fază.

Din relația (2.2.91) rezultă că în regim simetric puterea instantanee trifazată este constantă, adică energia se transmite uniform. Această proprietate este deosebit de importantă în cazul când sarcina este un motor electric trifazat al cărui cuplu mecanic va fi constant (nepulsatoriu), eliminând vibrațiile.

Puterea complexă trifazată transmisă receptorului în cazul rețelelor cu conductor neutru se exprimă cu relația

$$\underline{S}_g = \underline{U}_1 \underline{I}_1^* + \underline{U}_2 \underline{I}_2^* + \underline{U}_3 \underline{I}_3^* = 3\underline{U}_1 \underline{I}_1^* = 3U_f I_f e^{jj}\ . \tag{2.2.93}$$

Dacă receptorul este conectat în stea, $U_l = \sqrt{3}U_f$ și $I_l = I_f$, iar dacă este conectat în triunghi $U_l = U_f$ și $I_l = \sqrt{3}I_f$. În oricare dintre situații puterea complexă poate fi exprimată în funcție de mărimile de linie cu relația

$$\underline{S}_g = \sqrt{3}U_l I_l e^{jj}\ . \tag{2.2.94}$$

Din ultimele două relații se exprimă *puterea activă* sub formele

$$P_g = \mathrm{Re}\left\{\underline{S}_g\right\} = 3U_f I_f \cos j \tag{2.2.95}$$

și

$$P_g = \mathrm{Re}\left\{\underline{S}_g\right\} = \sqrt{3} U_l I_l \cos j\ , \tag{2.2.96}$$

respectiv *puterea reactivă*

$$Q_g = \mathrm{Im}\left\{\underline{S}_g\right\} = 3U_f I_f \sin j \tag{2.2.97}$$

și

$$Q_g = \mathrm{Im}\left\{\underline{S}_g\right\} = \sqrt{3} U_l I_l \sin j\ \ . \tag{2.2.98}$$

Puterea aparentă totală se exprimă în funcție de mărimile de fază sau de linie cu relațiile

$$S_g = 3U_f I_f = \sqrt{3} U_l I_l. \tag{2.2.99}$$

Circuitul fiind echilibrat, impedanțele pe faze sunt egale $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_3 = \underline{Z},$ iar sistemul curenților fiind simetric, $\underline{I}_0 = 0.$ În acest caz puterea complexă consumată de receptor este:

$$\underline{S}_c = 3\underline{Z}I_1^2 = 3RI_1^2 + j(3XI_1^2). \tag{2.2.100}$$

Puterile activă și reactivă consumate sunt

$$P_c = \mathrm{Re}\left\{\underline{S}_c\right\} = 3RI_1^2, \tag{2.2.101}$$

respectiv

$$Q_c = \mathrm{Im}\left\{\underline{S}_c\right\} = 3XI_1^2 = 3(X_L - X_C)I_1^2. \tag{2.2.102}$$

Factorul de putere într-un circuit trifazat în regim simetric se definește cu relația

$$k_P = \cos j = \frac{P_g}{S_g}. \tag{2.2.103}$$

2.2.6. Metoda componentelor simetrice

2.2.6.1. Componentele simetrice ale sistemelor de mărimi trifazate nesimetrice

Un sistem trifazat nesimetric ordonat poate fi descompus în trei sisteme simetrice: un sistem direct, un sistem invers şi un sistem homopolar. Descompunerea este unică şi mereu posibilă (teorema lui Fortescue), fiind exprimată cu relațiile:

$$\begin{aligned} \underline{V}_1 &= \underline{V}_d + \underline{V}_i + \underline{V}_h \\ \underline{V}_2 &= a^2\underline{V}_d + a\underline{V}_i + \underline{V}_h \\ \underline{V}_3 &= a\underline{V}_d + a^2\underline{V}_i + \underline{V}_h \end{aligned} \tag{2.2.104}$$

unde *a* este operatorul complex de rotație.

Rezolvând sistemul (2.2.104) în raport cu componentele simetrice, se obțin

$$\begin{aligned} \underline{V}_h &= \frac{1}{3}(\underline{V}_1 + \underline{V}_2 + \underline{V}_3) \\ \underline{V}_d &= \frac{1}{3}(\underline{V}_1 + a\underline{V}_2 + a^2\underline{V}_3) \\ \underline{V}_i &= \frac{1}{3}(\underline{V}_1 + a^2\underline{V}_2 + a\underline{V}_3). \end{aligned} \tag{2.2.105}$$

Aceste componente formează sistemele de succesiune homopolară $(\underline{V}_h, \underline{V}_h, \underline{V}_h)$, directă $(\underline{V}_d, a^2\underline{V}_d, a\underline{V}_d)$ şi inversă $(\underline{V}_i, a\underline{V}_i, a^2\underline{V}_i)$.

Se poate demonstra simplu că valorile efective ale componentelor simetrice de tensiune şi de curent satisfac următoarele relații:

$$U_{ld} = U_{li} = \sqrt{3}U_{fd}, \tag{2.2.106}$$

respectiv

$$I_{ld} = I_{li} = \sqrt{3}I_{fd}. \tag{2.2.107}$$

Prima ecuație din sistemul (2.2.105) şi relațiile (2.2.106) şi (2.2.107) au următoarele consecințe:

1. Într-un circuit trifazat fără conductor neutru (în conexiune stea sau triunghi), deoarece suma curenților de linie este totdeauna nulă $(\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0)$, componenta lor homopolară este nulă pentru orice nesimetrie.
2. Dacă curenții de fază ai receptorului conectat în triunghi au o componentă homopolară, aceasta se închide în interiorul triunghiului (consecință a punctului anterior).
3. Dacă există un conductor neutru şi este parcurs de curent, acest curent este egal cu triplul componentei homopolare a curenților de linie $(\underline{I}_0 = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 3\underline{I}_h)$.
4. Suma tensiunilor de linie a unui sistem trifazat este nulă $(\underline{U}_{12} + \underline{U}_{23} + \underline{U}_{31} = 0)$ în orice regim, drept urmare componenta homopolară a tensiunilor de linie este nulă.
5. Tensiunile de fază ale unui receptor echilibrat în conexiune stea fără conductor neutru nu au componentă homopolară (conform punctului 1, curenții fazelor receptorului nu au componentă homopolară).
6. Tensiunile de fază ale diferiților consumatori în conexiune stea, conectați în paralel la o aceeaşi linie trifazată (la aceleaşi tensiuni de linie), pot diferi numai prin componentele homopolare (conform relației (2.2.106) componentele directă şi inversă sunt aceleaşi, oricare ar fi punctul neutru la care se raportează).

Cunoscând valorile componentelor simetrice de curent şi de tensiune se poate aprecia abaterea regimului nesimetric studiat față de regimul simetric prin definirea a două mărimi caracteristice - gradul de disimetrie şi gradul de asimetrie.

Gradul de disimetrie se defineşte ca raportul dintre valoarea efectivă a componentei inverse şi valoarea efectivă a componentei directe

$$e_d = \frac{V_i}{V_d}. \tag{2.2.108}$$

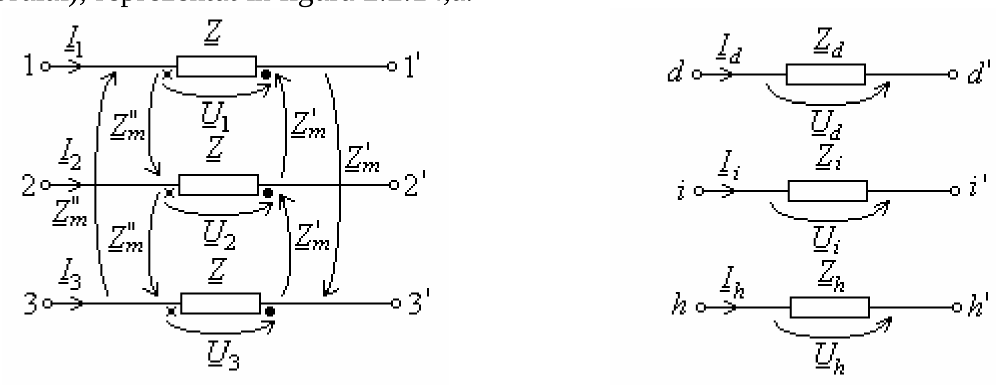
Gradul de asimetrie este definit ca raportul dintre valoarea efectivă a componentei homopolare şi valoarea efectivă a componentei directe

$$e_a = \frac{V_h}{V_d}. \tag{2.2.109}$$

În practică, un sistem de tensiuni sau de curenți se consideră simetric dacă atât e_d cât şi e_a sunt mai mici ca 0,05.

2.2.6.2. Tratarea cuplajelor magnetice în componente simetrice

Considerăm cazul general al unui receptor trifazat simetric (conexiunea fiind arbitrară) cu cuplaje magnetice nereciproce între faze (este cazul cuplajelor între înfăşurările unei maşini electrice, ale căror impedanțe de cuplaj depind de poziția circuitelor față de sensul de mişcare al rotorului), reprezentat în figura 2.2.14,a.



(a) (b)

Fig. 2.2.14

Exprimând căderile de tensiune se obțin expresiile

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= \underline{Z}\,\underline{I}_1 + \underline{Z}_m^{'}\underline{I}_2 + \underline{Z}_m^{''}\underline{I}_3 \\ \underline{U}_2 &= \underline{Z}\,\underline{I}_2 + \underline{Z}_m^{''}\underline{I}_1 + \underline{Z}_m^{'}\underline{I}_3 \\ \underline{U}_3 &= \underline{Z}\,\underline{I}_3 + \underline{Z}_m^{''}\underline{I}_2 + \underline{Z}_m^{'}\underline{I}_1. \end{aligned} \tag{2.2.110}$$

Ținând seama de descompunerea (2.2.104) şi rezolvând sistemul (2.2.110) în funcție de componentele simetrice ale tensiunilor, rezultă:

$$\underline{U}_d = \underline{Z}_d\underline{I}_d, \quad \underline{U}_i = \underline{Z}_i\underline{I}_i, \quad \underline{U}_h = \underline{Z}_h\underline{I}_h, \tag{2.2.111}$$

unde cele trei impedanțe - directă, inversă şi homopolară - se calculează cu relațiile

$$\begin{aligned} \underline{Z}_d &= \underline{Z} + a^2\underline{Z}_m^{'} + a\underline{Z}_m^{''} \\ \underline{Z}_i &= \underline{Z} + a\underline{Z}_m^{'} + a^2\underline{Z}_m^{''} \\ \underline{Z}_h &= \underline{Z} + \underline{Z}_m^{'} + \underline{Z}_m^{''}. \end{aligned} \tag{2.2.112}$$

Schema echivalentă fără cuplaje magnetice, corespunzătoare relațiilor (2.2.111) este prezentată în figura 2.2.14,b.

În cazul unor cuplaje magnetice statice, $\underline{Z}_m^{'} = \underline{Z}_m^{''} = \underline{Z}_m$ şi relațiile (2.2.112) devin

$$\begin{aligned} &\underline{Z}_d = \underline{Z}_i = \underline{Z} - \underline{Z}_m \\ &\underline{Z}_h = \underline{Z} + 2\underline{Z}_m \end{aligned} \qquad (2.2.113)$$

Dacă circuitul analizat nu are cuplaje magnetice, se obține

$$\underline{Z}_d = \underline{Z}_i = \underline{Z}_h = \underline{Z}. \qquad (2.2.114)$$

2.2.6.3. Analiza circuitelor trifazate echilibrate alimentate cu tensiuni nesimetrice

Într-un circuit trifazat echilibrat, alimentat cu un sistem simetric de tensiuni, apare un sistem de asemenea simetric de curenți, care va avea aceeaşi succesiune a fazelor ca şi sistemul de tensiuni.

Calculul regimurilor nesimetrice ale circuitelor liniare trifazate echilibrate se poate face pe baza teoremei superpoziției. Se studiază independent regimurile corespunzătoare câte unuia din sistemele componente simetrice ale tensiunilor şi apoi se suprapun efectele acestor sisteme de tensiuni pe baza relațiilor (2.2.104).

Datorită caracterului echilibrat al circuitului este suficient să se considere câte o singură fază şi conductorul neutru, ceea ce permite utilizarea unor scheme echivalente simple pentru fiecare componentă simetrică.

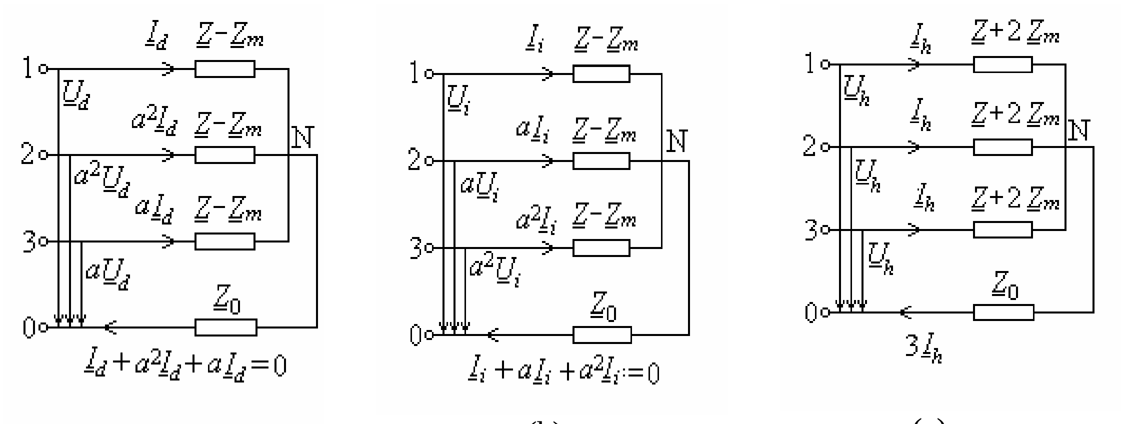
Considerăm o sarcină echilibrată în conexiune stea cu conductor neutru de impedanță $\underline{Z}_0 \neq 0$, alimentată de un sistem nesimetric de tensiuni $\underline{U}_1, \underline{U}_2, \underline{U}_3$ şi având cuplaje magnetice statice între faze. Descompunând sistemul de tensiuni şi aplicând teorema superpoziției se obțin cele trei scheme pe componente din figura 2.2.15, în care impedanțele $\underline{Z}_d, \underline{Z}_i, \underline{Z}_h$, s-au exprimat conform relațiilor (2.2.113).

Ecuațiile corespunzătoare fazei 1 din cele trei scheme sunt

$$\underline{U}_d = (\underline{Z} - \underline{Z}_m)\underline{I}_d, \quad \underline{U}_i = (\underline{Z} - \underline{Z}_m)\underline{I}_i, \quad \underline{U}_h = (\underline{Z} + 2\underline{Z}_m + 3\underline{Z}_0)\underline{I}_h, \qquad (2.2.115)$$

din care rezultă că impedanțele directă, inversă şi homopolară au valorile

$$\underline{Z}_d = \underline{Z} - \underline{Z}_m, \quad \underline{Z}_i = \underline{Z} - \underline{Z}_m, \quad \underline{Z}_h = \underline{Z} + 2\underline{Z}_m + 3\underline{Z}_0. \qquad (2.2.116)$$



(a) (b) (c)

Fig. 2.2.15

Relațiilor (2.2.115) le corespund schemele monofazate din figura 2.2.16, numite schema (de succesiune) directă, inversă, respectiv homopolară.

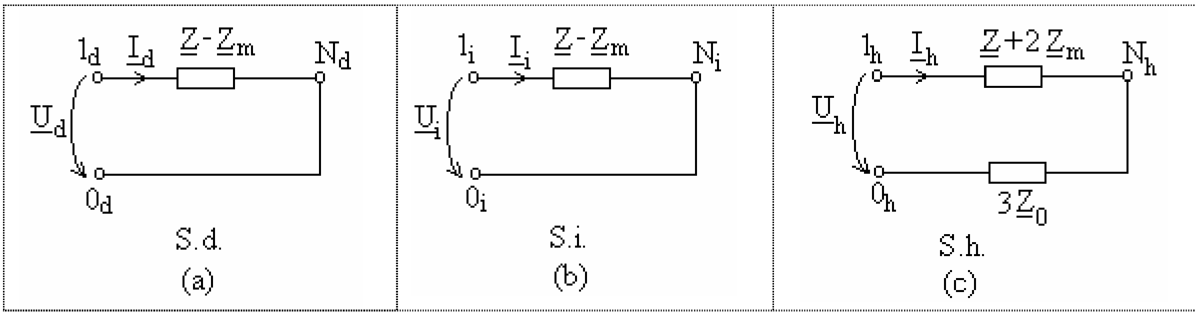


Fig. 2.2.16

Fiind date tensiunile nesimetrice $\underline{U}_1, \underline{U}_2, \underline{U}_3$, se determină componentele lor simetrice $\underline{U}_d, \underline{U}_i, \underline{U}_h$ cu relațiile (2.2.105), cu ajutorul cărora se determină din schemele S_d, S_i, S_h, componentele simetrice ale curenților $\underline{I}_d, \underline{I}_i, \underline{I}_h$. Cu relațiile (2.2.104) se exprimă apoi curenții în circuitul inițial.

Impedanța $3\underline{Z}_0$ apare numai în schema homopolară pentru a conserva căderea de tensiune din schema inițială între N şi 0, anume $3\underline{Z}_0 \underline{I}_h = \underline{Z}_0 \underline{I}_0$. Dacă receptorul are neutrul izolat, ($\underline{Z}_0 \to \infty$) schema homopolară rămâne cu latura deschisă.

2.2.6.4. Analiza circuitelor trifazate dezechilibrate

În cazul unui circuit trifazat dezechilibrat, relațiile dintre componentele simetrice de succesiuni diferite ale căderilor de tensiune pe faze sunt mai complicate decât în cazul circuitelor echilibrate şi nu se mai pot construi schemele monofazate directă, inversă şi homopolară ca în cazul circuitelor echilibrate. În general dezechilibrul rețelelor nu este total, fiind posibilă separarea părților echilibrate şi dezechilibrate.

Calculul regimurilor nesimetrice se face pe baza teoremei compensației, prin înlocuirea impedanțelor elementelor dezechilibrate prin tensiuni echivalente nesimetrice, care se descompun în componente simetrice; aceste componente împreună cu cele ale curenților alcătuiesc necunoscutele auxiliare ale problemei.

a) *Rețea echilibrată care alimentează un receptor trifazat static dezechilibrat*

Înlocuind pe baza teoremei compensației impedanțele de fază (necuplate magnetic) $\underline{Z}_1, \underline{Z}_2, \underline{Z}_3$, ale receptorului dezechilibrat (în orice conexiune) reprezentat în figura 2.2.17, prin surse ideale de tensiune cu tensiunile la borne

$$\underline{U}_1 = \underline{Z}_1 \underline{I}_1, \quad \underline{U}_2 = \underline{Z}_2 \underline{I}_2, \quad \underline{U}_3 = \underline{Z}_3 \underline{I}_3, \tag{2.2.117}$$

se obține circuitul din figura 2.2.18. Acesta este un circuit trifazat echilibrat alimentat cu t.e.m. nesimetrice care reprezintă necunoscutele auxiliare.

Prelucrând relațiile (2.2.117) în funcție de ecuațiile sistemului (2.2.104) se obțin relațiile între componentele simetrice ale tensiunilor şi curenților la bornele fazelor receptorului dezechilibrat

$$\begin{aligned} \underline{E}_d &= \underline{U}_d = \underline{x}_h \underline{I}_d + \underline{x}_i \underline{I}_i + \underline{x}_d \underline{I}_h \\ \underline{E}_i &= \underline{U}_i = \underline{x}_d \underline{I}_d + \underline{x}_h \underline{I}_i + \underline{x}_i \underline{I}_h \\ \underline{E}_h &= \underline{U}_h = \underline{x}_i \underline{I}_d + \underline{x}_d \underline{I}_i + \underline{x}_h \underline{I}_h \end{aligned} \tag{2.2.118}$$

în care s-au făcut următoarele notații:

$$
\begin{aligned}
\underline{x}_h &= \frac{1}{3}\left(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3\right) \\
\underline{x}_d &= \frac{1}{3}\left(\underline{Z}_1 + a\underline{Z}_2 + a^2\underline{Z}_3\right) \\
\underline{x}_i &= \frac{1}{3}\left(\underline{Z}_1 + a^2\underline{Z}_2 + a\underline{Z}_3\right).
\end{aligned}
\qquad (2.2.119)
$$

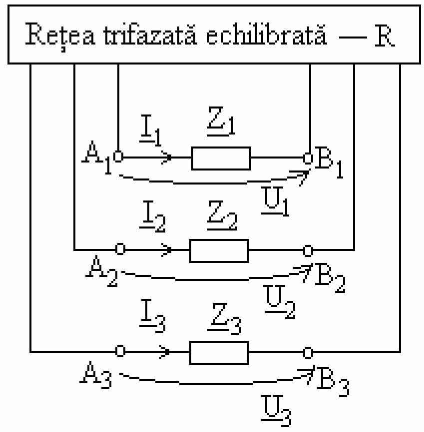


Fig. 2.2.17

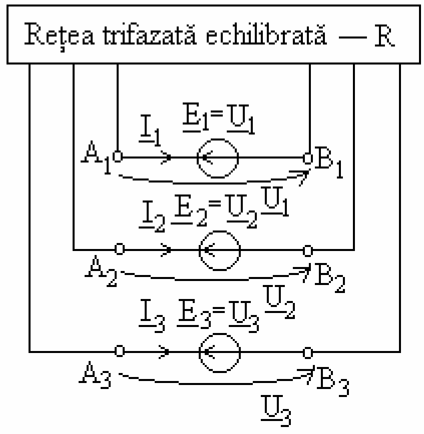


Fig. 2.2.18

Studiul rețelei din figura 2.2.18 se poate face acum cu ajutorul schemelor de succesiune directă, inversă şi homopolară R_d, R_i, R_h, reprezentate în figura 2.2.19.

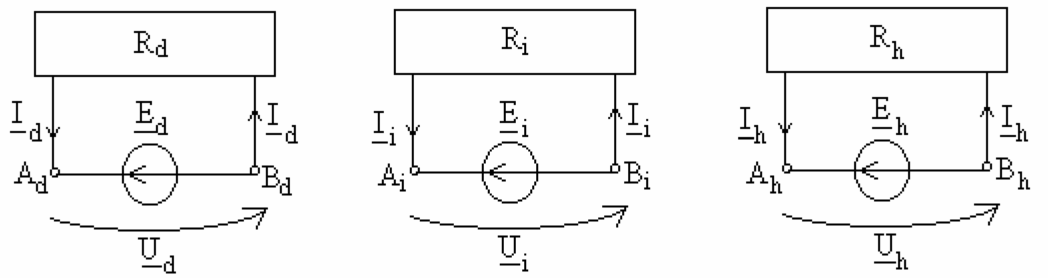


Fig. 2.2.19

Aceste scheme se rezolvă cu oricare din metodele cunoscute din analiza circuitelor electrice de curent alternativ. Echivalând rețelele R_d, R_i, R_h prin dipoli Thévenin sau Norton se obțin schemele din figurile 2.2.20, respectiv 2.2.21, care permit scrierea următoarelor relații:

$$
\underline{I}_d = \frac{\underline{E}_{d0} - \underline{U}_d}{\underline{Z}_d}, \quad \underline{I}_i = \frac{\underline{E}_{i0} - \underline{U}_i}{\underline{Z}_i}, \quad \underline{I}_h = \frac{\underline{E}_{h0} - \underline{U}_h}{\underline{Z}_h}. \qquad (2.2.120)
$$

respectiv

$$
\underline{U}_d = \frac{\underline{I}_{dg} - \underline{I}_d}{\underline{Y}_d}, \quad \underline{U}_i = \frac{\underline{I}_{ig} - \underline{I}_i}{\underline{Y}_i}, \quad \underline{U}_h = \frac{\underline{I}_{hg} - \underline{I}_h}{\underline{Y}_h}, \qquad (2.2.121)
$$

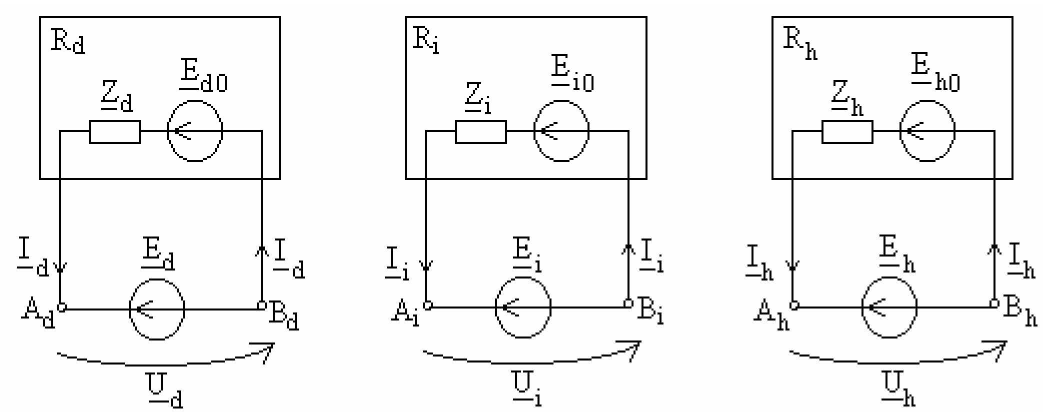


Fig. 2.2.20

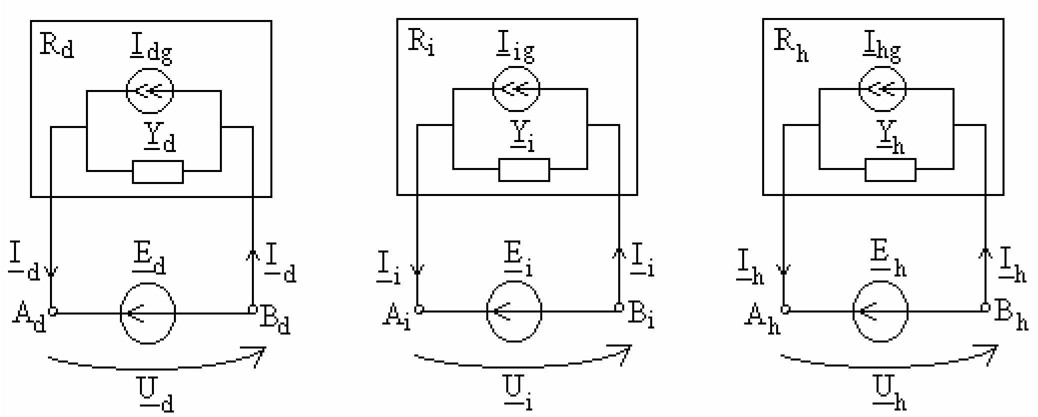


Fig. 2.2.21

Mărimile $\underline{E}_{do}, \underline{E}_{io}, \underline{E}_{ho}, \underline{Z}_d, \underline{Z}_i, \underline{Z}_h$, respectiv $\underline{I}_{dg}, \underline{I}_{ig}, \underline{I}_{hg}$, se calculează din partea echilibrată a circuitului. Sistemul de ecuații obținut cu relațiile (2.2.118) şi (2.2.120) sau (2.2.121) permite calculul componentelor simetrice ale tensiunilor şi curenților, cu ajutorul cărora, utilizând relațiile (2.2.104), se calculează apoi curenții şi tensiunile la bornele receptorului dezechilibrat din figura 2.2.17.

De asemenea, cunoscând componentele simetrice ale tensiunilor la bornele schemelor R_d, R_i, R_h, se pot determina componentele simetrice ale curenților şi tensiunilor din laturile rețelei echilibrate R prin rezolvarea separată a acestor scheme (paragraful anterior).

b) *Regimuri de avarie ale rețelelor trifazate*

În rețelele trifazate pot apare regimuri de funcționare nesimetrică determinate de întreruperea uneia sau a două dintre faze, sau de diferite tipuri de scurtcircuite. Calculul unor astfel de regimuri prezintă importanță deosebită pentru dimensionarea şi protecția acestor rețele. Nesimetria generată de întreruperi şi scurtcircuite este echivalentă cu situația prezentată la punctul anterior, dar particularizată pentru receptoare simple, ceea ce permite scrierea unor ecuații simple pentru curenții şi tensiunile de fază, respectiv pentru componentele simetrice ale acestora.

1. *Scurtcircuit pe faza 1, cu întreruperea fazelor 2 şi 3*

Situația prezentată în figura 2.2.22 este echivalentă cu o rețea trifazată echilibrată alimentând un receptor trifazat dezechilibrat ale cărui impedanțe de fază satisfac relațiile

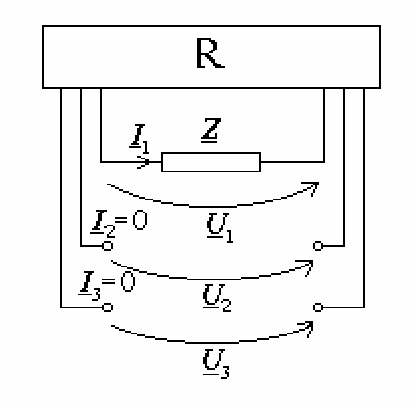


Fig. 2.2.22

$$\underline{Z}_1 = \underline{Z}, \quad \underline{Z}_2 = \underline{Z}_3 = \infty. \qquad (2.2.122)$$

Ca urmare

$$\underline{U}_1 = \underline{Z}\underline{I}_1, \quad \underline{I}_2 = \underline{I}_3 = 0. \qquad (2.2.123)$$

Din relațiile (2.2.104) și (2.2.105) rezultă

$$\underline{U}_h + \underline{U}_d + \underline{U}_i = \underline{U}_1 = 3\underline{Z}\underline{I}_d, \qquad (2.2.124)$$

$$\underline{I}_h = \underline{I}_d = \underline{I}_i = \frac{1}{3}\underline{I}_1. \qquad (2.2.125)$$

Relația (2.2.125) arată că cele trei scheme de succesiune directă, inversă și homopolară se înseriază ca în figura 2.2.23, care asigură de asemenea și satisfacerea relației (2.2.124).

Rezolvând această schemă se obțin componentele simetrice ale curenților și tensiunilor. Dacă scurtcircuitul este net, $\underline{Z}_1 = 0$, iar dacă este prin arc electric, $\underline{Z}_1$ este impedanța arcului.

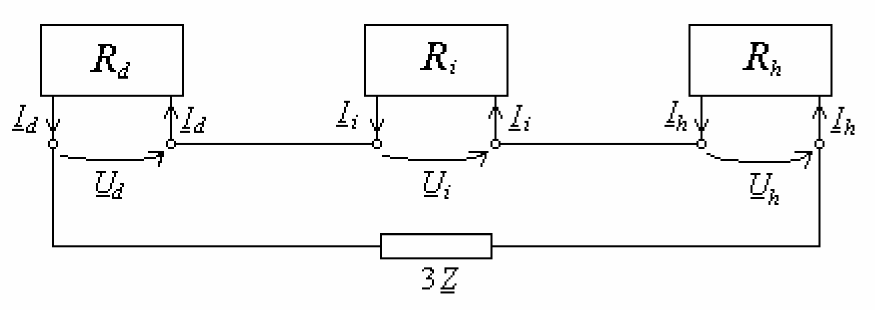


Fig. 2.2.23

2. *Scurtcircuit pe fazele 2 și 3 și întreruperea fazei 1*

Ecuațiile satisfăcute de acest receptor dezechilibrat (Fig. 2.2.24) sunt:

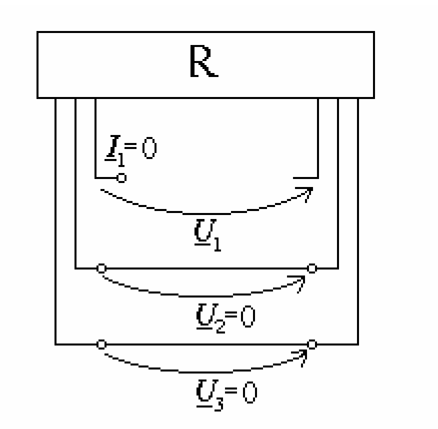


Fig. 2.2.24

$$\underline{I}_1 = 0, \quad \underline{U}_2 = \underline{U}_3 = 0. \qquad (2.2.126)$$

Pe baza relațiilor (2.2.104) și (2.2.105) se obțin următoarele relații între componentele simetrice ale curenților și tensiunilor:

$$\underline{I}_h + \underline{I}_d + \underline{I}_i = 0, \qquad (2.2.127)$$

$$\underline{U}_h = \underline{U}_d = \underline{U}_i. \qquad (2.2.128)$$

Satisfacerea acestor relații impune conectarea celor trei rețele R_d, R_i, R_h în paralel, ca în figura 2.2.25.

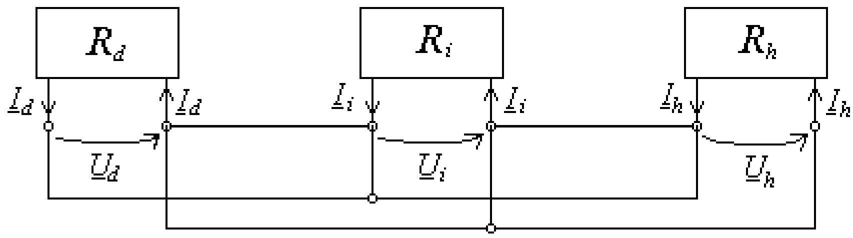


Fig. 2.2.25

Prin rezolvarea schemei interconectate se obțin componentele simetrice ale regimului nesimetric studiat.

2.3. REGIMUL PERIODIC NESINUSOIDAL

2.3.1. Generalități

Analiza regimurilor de funcționare a circuitelor electrice în care curenții şi tensiunile sunt funcții periodice oarecare prezintă o importanță practică deosebită. În circuitele electrice destinate producerii, transportului şi distribuției energiei electrice, forma de variație în timp a tensiunilor şi curenților nu este riguros sinusoidală, iar abaterea se numeşte *distorsiune* sau *deformare*, de unde şi denumirea de *regim deformant*. Distorsiunea provine de la imperfecțiunile constructive ale generatoarelor (nu se poate realiza o înfăşurare căreia să-i corespundă o repartiție sinusoidală a inducției magnetice în întrefier) şi de la caracterul neliniar al unor elemente de circuit (bobine cu miez de fier, cuptoare electrice, amplificatoare magnetice, diode redresoare, tiristoare etc.). Aceste elemente neliniare sub tensiune sinusoidală distorsionează curentul, care la rândul său produce căderi de tensiune nesinusoidale în alte elemente de circuit, fie liniare, fie neliniare.

Studiul regimului periodic nesinusoidal este important atât din punctul de vedere al efectelor supărătoare produse în rețelele de transmisie şi distribuție a energiei electrice, cât şi din cel al construcției unor aparate electrice. În rețelele electrice care funcționează în *regim deformant*, factorul de putere scade, compensarea puterii reactive cu condensatoare nu este în general posibilă, apar pierderi suplimentare de energie, au loc rezonanțe (care produc supratensiuni sau supracurenți) etc. Calculul circuitelor electrice liniare sau aproximate prin elemente liniare se efectuează de obicei pe baza descompunerii în serie *Fourier* a semnalelor (tensiunilor) periodice ale rețelei şi a aplicării teoremei superpoziției. Curenții şi tensiunile periodice nesinusoidale se calculează ca sume ale intensităților curenților şi tensiunilor produse separat de fiecare componentă armonică.

2.3.2. Mărimi periodice.

O mărime variabilă în timp ale cărei valori se repetă periodic, satisfăcând relația:

$$y(t) = y(t+T)\,, \qquad (2.3.1)$$

pentru T constant şi orice valoare a timpului t, se numeşte *mărime periodică în timp*.

Valoarea cea mai mică (pozitivă) a lui T, care satisface relația (2.3.1) se numeşte *perioadă* a mărimii.

Orice funcție periodică $y(t)$ care satisface condițiile Dirichlet (perioada poate fi împărțită într-un număr finit de intervale, astfel încât în fiecare din ele funcția să fie continuă şi monotonă) se poate dezvolta (descompune) în serie Fourier, sub forma:

$$y(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(kwt) + \sum_{k=1}^{\infty} B_k \sin(kwt), \tag{2.3.2}$$

unde w este *pulsația fundamentală* corespunzătoare perioadei T a funcției y:

$$w = \frac{2p}{T} = 2p\ f\ , \tag{2.3.3}$$

iar f este *frecvența fundamentală*.

Coeficienții Fourier se determină cu relațiile:

$$A_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)\mathrm{d}t\text{, pentru componenta continuă} \tag{2.3.4}$$

$$A_k = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cos(\mathrm{k}w\mathrm{t})\mathrm{d}t\,, \tag{2.3.5}$$

$$B_k = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\sin(\mathrm{k}w\mathrm{t})\mathrm{d}t\,, \tag{2.3.6}$$

pentru armonicile superioare.

Dacă $y(t)$ are anumite proprietăți de simetrie, antisimetrie etc., se poate restrânge intervalul de integrare în relațiile de mai sus. De exemplu:

- o funcție alternativă are valoarea medie pe o perioadă nulă, deci $A_0 = 0$;
- o funcție pară, cu proprietatea $f(t) = f(-t)$, are numai termeni în cosinus, adică $B_k = 0$, iar A_k se calculează cu relația (2.3.5);
- o funcție impară, cu proprietatea $f(t) = - f(-t)$, are numai termeni în sinus, adică $A_k = 0$, iar B_k se calculează cu relația (2.3.6);
- o funcție alternată simetric, cu proprietatea $f(t) = - f(t+T/2)$, are componenta continuă nulă, $A_0 = 0$ şi conține numai armonici de ordin impar, ale căror amplitudini se calculează cu relațiile (2.3.5) şi (2.3.6), integrând pe jumătate de perioadă;
- dacă funcțiile alternate simetric se mai bucură şi de proprietăți de paritate sau imparitate, rămân numai termeni în cosinus, respectiv în sinus, iar intervalul de integrare pentru calculul coeficienților se reduce la un sfert de perioadă:

$$\text{- funcție pară: } B_k = 0, \quad A_k = \frac{8}{T}\int_0^{T/4} f(t)\cos(kwt)\mathrm{d}t\,, \tag{2.3.7}$$

$$\text{- funcție impară: } A_k = 0, \quad B_k = \frac{8}{T}\int_0^{T/4} f(t)\sin(kwt)\mathrm{d}t\,. \tag{2.3.8}$$

Observație:

Marea majoritate a curbelor de tensiune electromotoare, de tensiuni şi de curenți din energetică (tehnica curenților tari) sunt alternate simetric. De aceea curbele alternate simetric se mai numesc şi *curbe electrotehnice*.

2.3.3. Caracterizarea mărimilor periodice nesinusoidale.

Mărimile electrice periodice nesinusoidale se dezvoltă în serie Fourier sub forma:

$$y(t) = Y_0 + \sum_{k=1}^{\infty} Y_k \sqrt{2}\sin(kwt + a_k) = Y_0 + \sum_{k=1}^{\infty} y_k\ , \tag{2.3.9}$$

unde Y_0 este valoarea medie a mărimii, Y_k este valoarea efectivă a armonicii de ordin k, w este pulsația fundamentală, iar a_k este faza inițială a armonicii de ordin k.

Pentru caracterizarea unei mărimi nesinusoidale se introduc următoarele definiții:

- *Valoarea efectivă* a unei mărimi periodice nesinusoidale este:

$$Y_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T y(t)^2 \mathrm{d}t} \,. \qquad (2.3.10)$$

Dacă se ține seama de relația (2.3.9), aplicând definiția (2.3.10) se obține:

$$Y_{ef} = \sqrt{Y_0^2 + Y_1^2 + Y_2^2 + \ldots} = \sqrt{Y_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} Y_k^2} \,. \qquad (2.3.11)$$

- *Reziduu deformant* al unei mărimi periodice nesinusoidale este mărimea rămasă după scăderea armonicii fundamentale:

$$y_d = y(t) - y_1 = Y_0 + \sum_{k=2}^{\infty} y_k \,. \qquad (2.3.12)$$

- *Valoarea efectivă a reziduului deformant* este:

$$Y_d = \sqrt{Y_0^2 + \sum_{k=2}^{\infty} Y_k^2} = \sqrt{Y_{ef}^2 - Y_1^2} \,. \qquad (2.3.13)$$

- *Coeficientul de distorsiune* al unei funcții periodice nesinusoidale:

$$k_d = \frac{Y_d}{Y_{ef}} = \sqrt{1 - \left(\frac{Y_1}{Y_{ef}}\right)^2}, \quad 0 < k_d < 1. \qquad (2.3.14)$$

Coeficientul de distorsiune nu dă informații asupra formei mărimii. În electroenergetică o mărime se consideră practic sinusoidală dacă $k_d < 0{,}05$ (5%).

- *Valoarea medie pe o semiperioadă*:

$$Y_{med} = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} y(t)\mathrm{d}t \,. \qquad (2.3.15)$$

Pentru o mărime sinusoidală

$$Y_{med} = \frac{2\sqrt{2}}{p} Y \approx 0{,}9 Y \,. \qquad (2.3.16)$$

- *Factor de formă:*

$$k_f = Y_{ef} / Y_{med} \,. \qquad (2.3.17)$$

Pentru mărimile sinusoidale $k_f = p/(2\sqrt{2}) \approx 1{,}11$

- *Factor de vârf (creastă)*:

$$k_v = Y_{\max} / Y_{ef} \,, \qquad (2.3.18)$$

care la mărimile sinusoidale are valoarea $k_v = \sqrt{2} \approx 1{,}414$.

2.3.4. Puteri în regim nesinusoidal.

Dacă la bornele unui dipol se dau tensiunea şi curentul ca mărimi nesinusoidale sub forma:

$$u(t) = U_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k \sqrt{2}\sin(kwt + a_k) = U_0 + \sum_{k=1}^{\infty} u_k \qquad (2.3.19)$$

$$i(t) = I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} I_k \sqrt{2}\sin(kwt + b_k) = I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} i_k \,, \qquad (2.3.20)$$

se definesc următoarele puteri:

- *Puterea instantanee*:

$$p = ui = U_0 I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} u_k i_k + U_0 \sum_{k=1}^{\infty} i_k + I_0 \sum_{k=1}^{\infty} u_k + \sum_{k=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} u_k i_n \,. \qquad (2.3.21)$$

- *Puterea activă*:

$$P \stackrel{\mathrm{d}}{=} \frac{1}{T}\int_0^T p\mathrm{d}t = U_0 I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \cos j_k \,, \qquad [\mathrm{W}] \qquad (2.3.22)$$

unde $j_k = a_k - b_k$.

- *Puterea reactivă*:

$$Q \stackrel{\mathrm{d}}{=} \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \sin j_k \,. \qquad [\mathrm{var}] \qquad (2.3.23)$$

- *Puterea aparentă*:

$$S = U_{ef} I_{ef} = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \ldots}\sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \ldots} \,. \qquad [\mathrm{VA}] \qquad (2.3.24)$$

- *Puterea deformantă*:

$$D \stackrel{\mathrm{d}}{=} \sqrt{S^2 - \left(P^2 + Q^2\right)} \,. \qquad [\mathrm{vad}] \qquad (2.3.25)$$

Observații:

1. În regim nesinusoidal factorul de putere este definit cu relația:

$$k \stackrel{\mathrm{d}}{=} \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2 + D^2}} \le 1 \,. \qquad (2.3.26)$$

2. În regim nesinusoidal, pe armonica de ordin *k*, impedanțele bobinelor şi ale condensatoarelor se modifică în conformitate cu relațiile:

$$Z_{L_k} = kw\,L, \qquad Z_{C_k} = 1/kwC \,. \qquad (2.3.27)$$

3. În circuitele trifazate, armonicile de ordin multiplu de 3, (*k* =3*n*) formează un sistem homopolar, cele de ordin *k* =3*n*+1 formează un sistem de succesiune directă, iar cele de ordin *k* =3*n*-1, un sistem de succesiune inversă.

4. Curbele electrotehnice nu conțin decât armonici de ordin impar, astfel încât:
   - armonicile de ordin 1,7,13,…formează sisteme directe;
   - armonicile de ordin 5,11,17,…formează sisteme inverse;
   - armonicile de ordin 3,9,15,…formează sisteme homopolare.

5. În regim nesinusoidal, la conexiunea stea în tensiunile de linie nu apar armonici de ordin multiplu de 3 (deoarece formează sisteme homopolare) şi $U_l \le \sqrt{3}U_f$.

6. În regim nesinusoidal, la conexiunea triunghi curenții de linie nu conțin armonici de ordin multiplu de 3 (deoarece formează sisteme homopolare) şi $I_l \le \sqrt{3}I_f$.

CAP.3. MAŞINI ŞI ACȚIONĂRI ELECTRICE

3.1. TRANSFORMATORUL ELECTRIC

3.1.1. Principiul de funcționare

Producerea, transportul şi distribuția energiei electromagnetice în condiții tehnico-economice optime, determină necesitatea folosirii mai multor trepte de tensiune. Legătura dintre diferitele nivele de tensiune se realizează prin intermediul transformatoarelor electrice, dispozitive electromagnetice care permit transformarea unor mărimi caracteristice energiei în curent alternativ – tensiunea, intensitatea curentului, numărul de faze – fără a modifica frecvența mărimilor alternative. Transformatoarele destinate modificării valorii tensiunii şi intensității curentului se numesc *transformatoare de putere* sau *de forță*.

După destinație transformatoarele se clasifică astfel:

- Transformatoare de putere (monofazate sau trifazate), folosite în transportul şi distribuția energiei electrice;
- Transformatoare de măsură (de curent sau de tensiune);
- Transformatoare cu destinații speciale: de sudură, pentru cuptoare electrice, pentru modificarea numărului de faze, amplificatoare magnetice;
- Autotransformatoare - folosite fie pentru interconexiunea a două rețele cu nivele diferite de tensiune sau pentru reglarea tensiunii.

Deşi există o mare varietate de tipuri constructive ca urmare a unui larg domeniu de utilizare, fenomenele ce intervin în funcționarea transformatorului sunt în esență aceleaşi şi pot fi studiate pe un model comun, pe care se dezvoltă teoria transformatorului monofazat.

Pentru aceasta considerăm un transformator cu două înfăşurări (Fig. 3.1.1): înfăşurarea primară, ale cărei mărimi – u_1, i_1 – au sensurile de referință asociate după convenția de la receptoare (înfăşurarea primeşte energie electromagnetică) şi înfăşurarea secundară, ale cărei mărimi – u_2, i_2 – au sensurile de referință asociate după convenția de la generatoare (înfăşurarea cedează energie electromagnetică).

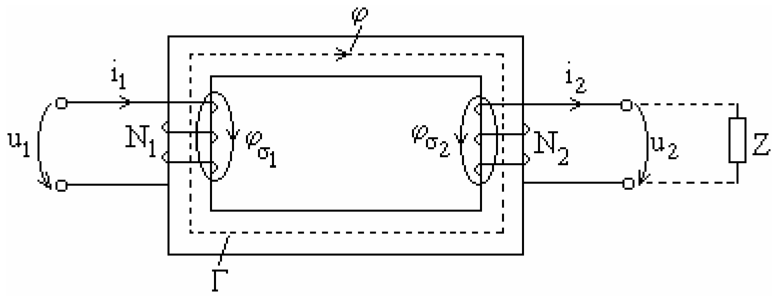


Fig. 3.1.1

Principiul de funcționare al transformatorului electric se bazează pe legea inducției electromagnetice.

Dacă la bornele înfăşurării primare se aplică o tensiune u_1 alternativă, înfăşurarea va absorbi din rețeaua de alimentare un curent alternativ i_1, care va determina apariția unui câmp magnetic ale cărui linii de câmp ce se închid prin miezul feromagnetic vor înlănțui şi spirele înfăşurării secundare. Fluxul magnetic produs de curentul (alternativ) primar, fiind variabil în timp (este tot alternativ), induce în spirele înfăşurării secundare pe care le străbate, o tensiune electromotoare (t.e.m.) de transformare, având frecvența egală cu cea a tensiunii de la bornele primare şi valoarea proporțională cu numărul de spire al înfăşurării secundare.

Dacă fluxul magnetic fascicular produs de înfăşurarea primară are forma:

$$j\,(t) = \Phi\sqrt{2}\,\sin wt\,, \tag{3.1.1}$$

t.e.m. indusă în înfăşurarea secundară cu N_2 spire este:

$$e_2 = -N_2\,\frac{\mathrm{d}j}{\mathrm{d}t} = w\,N_2\Phi\sqrt{2}\,\sin\left(wt - \frac{p}{2}\right), \tag{3.1.2}$$

având valoarea efectivă

$$E_2 = w\,N_2\Phi = 2p\;f\;N_2\Phi = 4{,}44\,f\;N_2\Phi_{\max}\,, \tag{3.1.3}$$

şi fiind defazată cu π/2 în urma fluxului magnetic.

Dacă la bornele înfăşurării secundare este conectat un receptor, spirele înfăşurării vor fi străbătute de curentul i_2, iar la bornele secundare va apare tensiunea u_2.

În consecință, prin intermediul transformatorului are loc un transfer de putere de la rețeaua conectată la înfăşurarea primară, la rețeaua conectată la înfăşurarea secundară, cu modificarea tensiunii şi curentului din secundar, dar păstrând frecvența mărimilor alternative.

3.1.2. Teoria tehnică a transformatorului electric luând în considerare pierderile în fier

Ipotezele în care se dezvoltă această teorie sunt:

a) se ia în considerație saturația circuitului magnetic caracterizată prin dependența neliniară între fluxul magnetic şi solenație;
b) se consideră regimul cvasistaționar; curenții de deplasare dintre spire, dintre înfăşurări, dintre înfăşurări şi miezul feromagnetic se neglijează;
c) înfăşurările se consideră cu parametri concentrați.

Spectrul liniilor de câmp arată că acestea se grupează în două categorii: linii de câmp care se închid numai prin miezul feromagnetic al transformatorului şi care înlănțuie ambele înfăşurări, numite linii de *câmp magnetic util*; linii de câmp care se închid parțial prin miez, parțial prin aer, înlănțuind fie numai înfăşurarea primară, fie numai înfăşurarea secundară, numite linii de câmp magnetic de dispersie.

Liniile câmpului magnetic util, determinate de solenația rezultantă, determină în secțiunea transversală a miezului magnetic fluxul fascicular util j, iar în înfăşurările primară şi secundară, fluxuri magnetice utile proporționale cu numărul de spire:

$$j_{u1} = N_1 j\;,$$

respectiv (3.1.4)

$$j_{u2} = N_2 j\;.$$

Liniile celor două câmpuri magnetice de dispersie determină fluxurile magnetice de dispersie j_{s1} respectiv j_{s2}, proporționale cu inductivitățile de dispersie corespunzătoare:

$$j_{s\,1} = L_{s\,1} i_1\,,$$

respectiv (3.1.5)

$$j_{s\,2} = L_{s\,2} i_2\,.$$

Din punct de vedere valoric, fluxurile de dispersie sunt relativ mici în raport cu fluxurile utile, deoarece, având permeabilitatea mult mai mare decât aerul, miezul magnetic concentrează marea majoritate a liniilor câmpului magnetic.

Ținând seama de sensurile fizice ale mărimilor, evidențiate în figura 3.1.1, fluxurile totale corespunzătoare celor două înfăşurări sunt:

$$j_1 = j_{u1} + j_{s1} = N_1 j + L_{s1} i_1 ,$$

respectiv (3.1.6)

$$j_2 = -j_{u2} + j_{s2} = -N_2 j + L_{s2} i_2 .$$

Aplicând legea inducției electromagnetice de-a lungul contururilor închise care trec prin conductoarele celor două înfășurări și ținând seama de legea conducției electrice, se obține:

$$e_1 = R_1 i_1 - u_1 = -\frac{\mathrm{d}j_1}{\mathrm{d}t} ,$$

respectiv (3.1.7)

$$e_2 = R_2 i_2 + u_2 = -\frac{\mathrm{d}j_2}{\mathrm{d}t} ,$$

unde R_1 și R_2 reprezintă rezistențele electrice ale celor două înfășurări.

Ținând seama de relațiile (3.1.6), sistemul (3.1.7) devine:

$$\begin{aligned} u_1 &= R_1 i_1 + N_1 \frac{\mathrm{d}j}{\mathrm{d}t} + L_{s1} \frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} \\ -u_2 &= R_2 i_2 - N_2 \frac{\mathrm{d}j}{\mathrm{d}t} + L_{s2} \frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} \end{aligned} , \qquad (3.1.8)$$

cu necunoscutele i_1, i_2, u_2, j . Pentru ca sistemul să fie compatibil determinat, se completează cu relațiile:

$$\begin{aligned} u_2 &= R i_2 + L \frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{C} \int i_2 \mathrm{d}t \\ j &= \frac{L_u}{N_1 N_2} J_m \\ J_m &= N_1 i_1 - N_2 i_2 \end{aligned} , \qquad (3.1.9)$$

care reprezintă:

- căderea de tensiune pe sarcina din secundarul transformatorului (caracterizată de o rezistență, o inductivitate și o capacitate);
- dependența neliniară dintre fluxul fascicular util și solenația rezultantă care îl produce, L_u fiind inductivitatea corespunzătoare fluxului util;
- solenația rezultantă obținută prin aplicarea legii circuitului magnetic pe conturul închis Γ și egală cu diferența dintre solenația primară și cea secundară.

Sistemul compus din relațiile (3.1.8) și (3.1.9) este neliniar din cauza relației $j = f(J_m)$ care reprezintă caracteristica magnetică a miezului. Considerând dependența liniară (L_u=ct.), aproximație acceptabilă practic când u_1 este sinusoidală și U_1=ct., sistemul poate fi reprezentat în complex astfel:

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= R_1 \underline{I}_1 + jwL_{s1}\underline{I}_1 + jw N_1 \underline{\Phi} \\ -\underline{U}_2 &= R_2 \underline{I}_2 + jwL_{s2}\underline{I}_2 - jw N_2 \underline{\Phi} \\ \underline{U}_2 &= R\underline{I}_2 + jwL\underline{I}_2 + \frac{1}{jwC}\underline{I}_2 , \\ \underline{\Phi} &= \frac{L_u}{N_1 N_2}\underline{\Theta}_m = \frac{X_u}{w N_1^2}\underline{\Theta}_m \\ \underline{\Theta}_m &= N_1 \underline{I}_1 - N_2 \underline{I}_2 = N_1 \underline{I}_m \end{aligned} \qquad (3.1.10)$$

unde:

$\underline{I}_m$ - este curentul de magnetizare, reprezentând curentul care străbătând spirele înfăşurării primare în gol ar produce aceeaşi solenaţie ca în sarcină;

$X_u = wL_u \dfrac{N_1}{N_2}$ este reactanţa corespunzătoare fluxului util.

Rezistenţele şi reactanţele înfăşurărilor, precum şi căderile de tensiune au valori dependente de numărul de spire al înfăşurărilor. Pentru a face posibilă compararea parametrilor înfăşurărilor transformatorului, se face raportarea înfăşurării secundare la cea primară. Aceasta se realizează în ipoteza conservării: solenaţiilor, pierderilor în înfăşurări şi în miez, puterii reactive de magnetizare a miezului, puterii reactive corespunzătoare câmpului magnetic de dispersie şi puterii transmise de transformator receptorului conectat în secundar.

Pentru aceasta tensiunile se raportează proporţional cu numărul de spire (pentru a conserva fluxurile fasciculare), curenţii – invers proporţional cu numărul spirelor (pentru a conserva solenaţiile), rezistenţele şi reactanţele – ca raportul tensiunilor la curenţi:

$$\underline{U}_2^{'} = \frac{N_1}{N_2}\underline{U}_2; \quad \underline{I}_2^{'} = \frac{N_2}{N_1}\underline{I}_2; \quad R_2^{'} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 R_2; \quad X_{s\,2}^{'} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 X_{s\,2}. \qquad (3.1.11)$$

Notând

$$\underline{E}_1 = -jw\, N_1\underline{\Phi}; \quad \underline{E}_2 = jw\, N_2\underline{\Phi} = -\frac{N_2}{N_1}\underline{E}_1; \qquad (3.1.12)$$

şi raportând $\underline{E}_2$ se obţine

$$\underline{E}_2^{'} = \frac{N_1}{N_2}\underline{E}_2 = -\underline{E}_1. \qquad (3.1.13)$$

Sistemul ecuaţiilor raportate ale transformatorului este:

$$\begin{aligned}
&\underline{U}_1 = R_1\underline{I}_1 + jX_{s\,1}\underline{I}_1 - \underline{E}_1\\
&-\underline{U}_2^{'} = R_2^{'}\underline{I}_2^{'} + jX_{s\,2}^{'}\underline{I}_2^{'} + \underline{E}_1\\
&\underline{U}_2^{'} = R^{'}\underline{I}_2^{'} + jX^{'}\underline{I}_2, \\
&\underline{\Phi} = \frac{X_u}{w\,N_1}\underline{I}_m\\
&\underline{I}_m = \underline{I}_1 - \underline{I}_2^{'}
\end{aligned} \qquad (3.1.14)$$

iar schema echivalentă corespunzătoare este reprezentată în figura 3.1.2.

Dacă se ţine seama de pierderile în fier, sistemul (3.1.14) rămâne valabil cu excepţia ultimei relaţii care devine:

$$\underline{I}_{10} = \underline{I}_m + \underline{I}_a = \underline{I}_1 - \underline{I}_2^{'}, \qquad (3.1.15)$$

unde $\underline{I}_a$ şi $\underline{I}_m$ sunt componenta activă şi reactivă a curentului de magnetizaţie (egal cu curentul de mers în gol, de valoare constantă, şi notat cu $\underline{I}_{10}$), iar schema echivalentă se modifică prin completarea laturii transversale cu rezistenţa corespunzătoare pierderilor în fier (R_{Fe}), ca în figura 3.1.2.

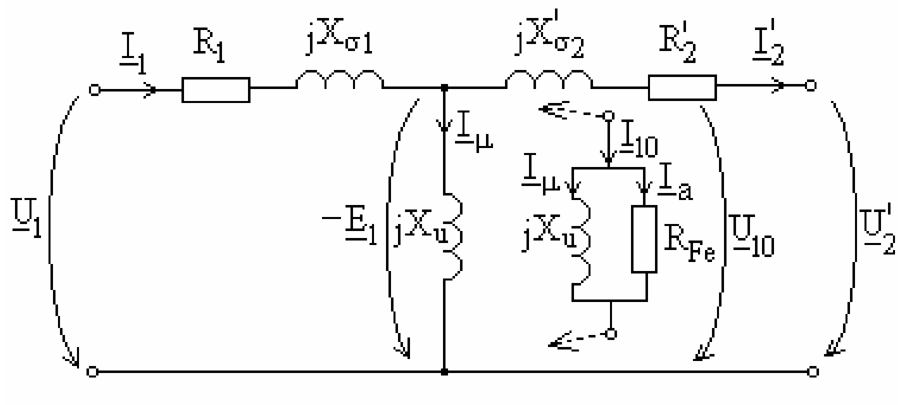


Fig. 3.1.2

Observații:

1. Schema din figura 3.1.2 se mai numeşte schema echivalentă în T.
2. Pentru simplificarea calculelor, la analiza funcționării în sarcină se foloseşte schema echivalentă în Γ (Fig. 3.1.3), în care latura transversală a fost reprezentată în varianta serie şi $\underline{Z}_{12} = R_{12} + jX_{12} = j\dfrac{X_u R_{Fe}}{R_{Fe} + jX_u} = \dfrac{R_{Fe} X_u^2}{R_{Fe}^2 + X_u^2} + j\dfrac{R_{Fe}^2 X_u}{R_{Fe}^2 + X_u^2}$,

   iar $c_1 \cong 1 + \dfrac{X_{s1}}{X_{12}} \cong 1{,}02 - 1{,}06$.

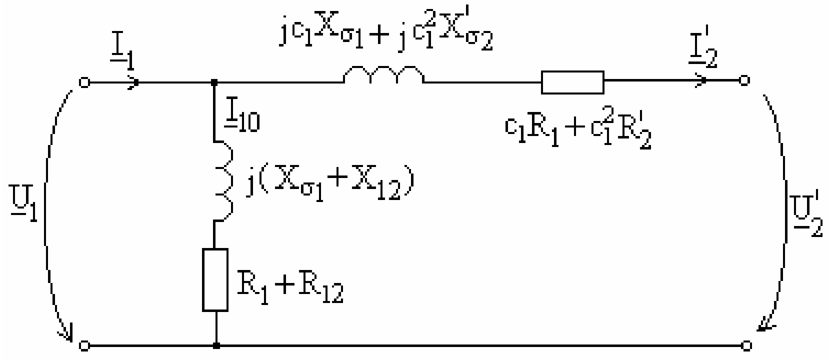


Fig. 3.1.3

3.1.3. Bilanțul puterilor transformatorului electric

O metodă simplă de determinare a bilanțului puterilor transformatorului pleacă de la schema echivalentă a transformatorului monofazat (Fig. 3.1.2) care consideră şi pierderile în fier.

În elementele acestei scheme se produc următoarele pierderi:

- *de putere activă*: P_{Cu1} şi P_{Cu2}, în conductoarele celor două înfăşurări şi P_{Fe} în miezul feromagnetic;
- *de putere reactivă*: $Q_{\sigma 1}$ şi $Q_{\sigma 2}$ în câmpul magnetic de dispersie al înfăşurării primare, respectiv secundare, şi Q_m la magnetizarea miezului feromagnetic.

Diagrama de bilanț energetic este reprezentată în figura 3.1.4.

Dacă transformatorul primeşte de la rețea pe la bornele înfăşurării primare puterea $\underline{S}_1 = P_1 + jQ_1$ şi cedează circuitului receptor racordat la bornele înfăşurării secundare puterea $\underline{S}_2 = P_2 + jQ_2$, ținând seama de pierderile de putere evidențiate în figura 3.1.4, se pot scrie ecuațiile de bilanț al puterilor active şi reactive:

$$P_1 = P_{Cu1} + P_{Fe} + P_{Cu2} + P_2 \qquad (3.1.16)$$

$$Q_1 = Q_{s\,1} + Q_m + Q_{s\,2} + Q_2 \qquad (3.1.17)$$

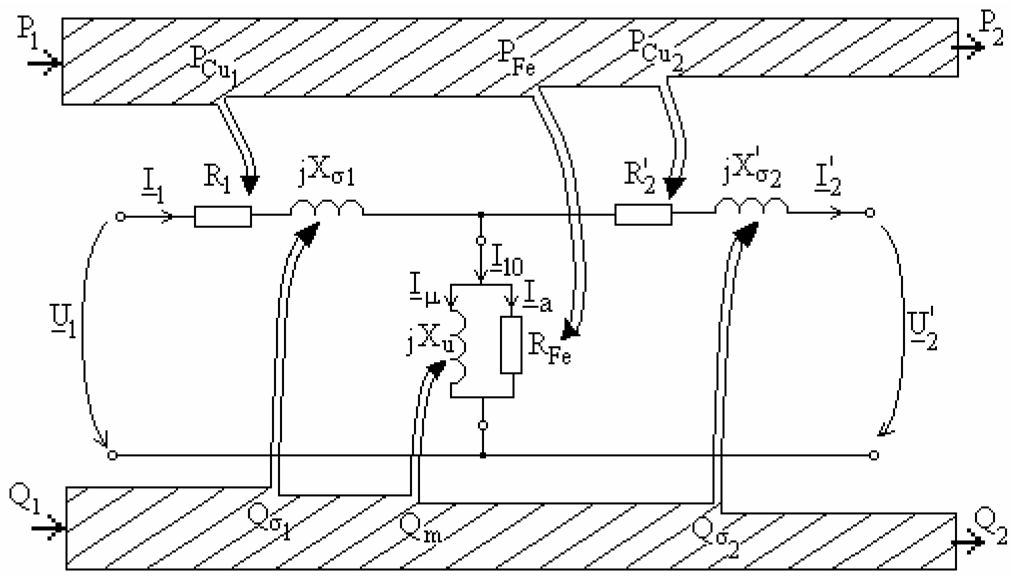


Fig. 3.1.4

Mărimile din ultimele două ecuații se calculează astfel:

$$P_1 = U_1 I_1 \cos j_1 \qquad Q_1 = U_1 I_1 \sin j_1$$

$$P_2 = U_2 I_2 \cos j_2 \qquad Q_2 = U_2 I_2 \sin j_2$$

$$P_{Cu1} = R_1 I_1^2 \qquad Q_{s\,1} = X_{s\,1} I_1^2$$

$$P_{Cu2} = R_2 I_2^2 = R_2^{'} (I_2^{'})^2 \qquad Q_{s\,2} = X_{s\,2} I_2^2 = X_{s\,2}^{'} (I_2^{'})^2$$

$$P_{Fe} = R_{Fe} I_a^2 \qquad Q_m = X_u I_m^2 .$$

Se observă că există două categorii de pierderi:

- pierderi de putere proporționale cu sarcina transformatorului: $P_{Cu1}, P_{Cu2}, Q_{s\,1}, Q_{s\,2}$;
- pierderi de putere constante: P_{Fe}, Q_m.

Observații:

1. La magnetizarea ciclică a miezului feromagnetic al transformatorului datorită variației periodice în timp a fluxului magnetic, se produc pierderi prin histerezis P_H (ca urmare a caracteristicii neliniare de magnetizare) şi prin curenți turbionari, numiți şi curenți Foucault, P_F (care apar prin inducție în miezul feromagnetic ce are şi proprietăți conductive); $P_{Fe} = P_H + P_F$.
2. Aceste pierderi depind de natura materialului feromagnetic, de grosimea tolei, de frecvența de magnetizare şi de valoarea inducției magnetice (prin aceasta de valoarea efectivă a tensiunii de alimentare) şi sunt aproximativ egale cu pierderile de mers în gol

$$P_{Fe} \cong P_0 \qquad (3.1.18)$$

3. Pierderile specifice în unitatea de masă a miezului feromagnetic se exprimă cu relația:

$$p_{Fe} = p_H + p_F = s_H f B_{\max}^2 + s_F f^2 B_{\max}^2 \qquad (3.1.19)$$

unde: s_H şi s_F sunt constante care depind de grosimea tolei şi de natura materialului, f este frecvenţa de magnetizare, iar B_{max} este valoarea maximă a inducţiei magnetice în secţiunea transversală a miezului.

4. La funcţionarea în sarcină a transformatorului, în afara pierderilor în înfăşurări şi în miezul feromagnetic, se mai produc pierderi în cuvă, în piesele de consolidare, pierderi specifice prin dispersie la capetele înfăşurărilor.
5. În afara pierderilor în fier care sunt independente de curentul de sarcină, toate celelalte pierderi depind direct sau indirect de încărcarea transformatorului, respectiv de I_2.

3.1.4. Randamentul transformatorului electric

Pierderile de putere influenţează negativ randamentul transformatorului, care este definit ca raportul dintre puterea activă cedată în secundar şi puterea activă primită prin înfăşurarea primară:

$$h = \frac{P_2}{P_1} = \frac{U_2 I_2 \cos j_2}{U_2 I_2 \cos j_2 + P_{Cu1} + P_{Cu2} + P_{Fe}}\,. \qquad (3.1.20)$$

Pierderile de putere în conductoare se pot pune sub forma:

$$P_{Cu} = P_{Cu1} + P_{Cu2} = R_1 I_1^2 + R_2 (I_2^{'})^2 \cong R_k I_1^2 = b^2 P_{1k}\,, \qquad (3.1.21)$$

unde

$R_k = \frac{P_{1k}}{I_{1n}^2}$ este rezistenţa echivalentă din schema Kapp, determinată la încercarea de scurtcircuit a transformatorului, în funcţie de puterea absorbită P_{1k}.;

$b = \frac{I_1}{I_{1n}}$ reprezintă gradul de încărcare al transformatorului.

Puterea secundară (utilă) poate fi pusă sub forma:

$$P_2 = U_2 I_2 \cos j_2 = U_2^{'} I_2^{'} \cos j_2 = b U_{1n} I_{1n} \cos j_2 = b S_n \cos j_2 \qquad (3.1.22)$$

unde $S_n = U_{1n} I_{1n}$ este puterea aparentă nominală a transformatorului.

Ţinând seama de aceste precizări şi de relaţia (3.1.18), relaţia (3.1.20) devine:

$$h = \frac{b S_n \cos j_2}{b S_n \cos j_2 + b^2 P_{1k} + P_0}\,. \qquad (3.1.23)$$

Interesează gradul de încărcare pentru care randamentul transformatorului este maxim la o tensiune U_2 şi un defazaj j_2 constante. Derivând funcţia $h(b)$ şi anulând derivata se obţine:

$$b_{op} = \sqrt{\frac{P_0}{P_{1k}}}\,, \qquad (3.1.24)$$

relaţie ce arată că încărcarea optimă este independentă de factorul de putere al sarcinii.

Din expresia valorii maxime a randamentului:

$$h_{\max} = \frac{S_n \cos j_2}{S_n \cos j_2 + 2\sqrt{P_{1k} P_0}}\,, \qquad (3.1.25)$$

rezultă că acesta este maxim când pierderile constante sunt egale cu cele variabile.

Expresia valorii randamentului nominal este:

$$\eta_n = \frac{S_n \cos\varphi_2}{S_n \cos\varphi_2 + P_{1k} + P_0}, \tag{3.1.26}$$

iar caracteristica randamentului $\eta(\beta)$ la $\cos\varphi_2 = const.$ este reprezentată în figura 3.1.5.

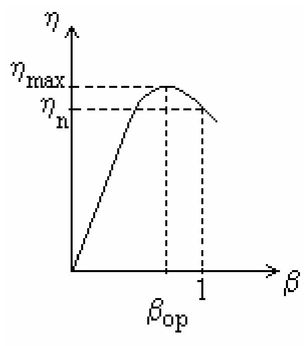


Fig. 3.1.5

De regulă, transformatoarele sunt dimensionate să aibă un factor de încărcare optimă $\beta_{op} = 0,3 - 0,7$, în funcție de destinație şi de caracterul sarcinii, astfel încât el să funcționeze cu randament maxim în regimul de funcționare cel mai frecvent (chiar dacă transformatorul funcționează în sarcină redusă față de cea nominală, randamentul său rămâne foarte bun).

Diferența dintre valoarea maximă şi cea nominală a randamentului transformatoarelor de putere este foarte mică, ceea ce face ca, în practică, acestea să fie încărcate până la puterea nominală, sau conform caracteristicii de încărcare (Cap. 4).

3.2. MOTORUL ASINCRON

3.2.1. Principiul de funcționare. Regimurile maşinii

Maşina asincronă este o maşină electrică rotativă de curent alternativ (monofazată sau cel mai adesea trifazată), cu câmp magnetic învârtitor, al cărei rotor are turația diferită de turația (viteza) câmpului magnetic învârtitor şi dependentă de cuplul rezistent.

Este utilizată mai ales în regim de motor, uneori în regim de frână (la ascensoare, macarale etc.), sau în regim de generator (la microhidrocentrale fără personal permanent).

Este maşina electrică cea mai folosită în industrie datorită simplității constructive, a prețului de cost relativ scăzut pe unitate de putere, a randamentului ridicat, robusteții, posibilității de a fi construită într-o gamă foarte largă de puteri, turații, tensiuni de alimentare.

Elementele constructive de bază sunt:

- *Statorul* având rol de *inductor*, pe care se dispune înfăşurarea trifazată conectată în stea sau triunghi şi care se alimentează de la rețea;
- *Rotorul* cu rolul de *indus* în două variante:
    a) *Rotorul bobinat* – înfăşurarea rotorică în conexiune stea este de tipul celei din stator;
    b) *Rotorul în scurtcircuit* sub formă de colivie simplă sau multiplă.

Sub aspect teoretic între cele două tipuri de motoare nu există nici o deosebire. Tipul b) este constructiv mai simplu şi sunt cele mai răspândite, tipul a) incluzând şi contacte alunecătoare, ceea ce complică întreținerea.

La funcționarea în regim de motor – cazul obişnuit de utilizare a maşinii – înfăşurarea statorică este alimentată cu un sistem trifazat simetric de curenți, ceea ce conduce la apariția în întrefierul maşinii a unei unde de câmp magnetic – numit *câmp învârtitor*. Acesta se roteşte cu o turație n_1, numită turație de sincronism, funcție de frecvența f_1 a mărimilor (tensiune şi curent) statorice şi de numărul de perechi de poli ai maşinii:

$$n_1 = \frac{60 f_1}{p} \text{ [rot/min]} \tag{3.2.1}$$

Câmpul magnetic învârtitor induce (prin fenomen de inducție electromagnetică) în fazele înfăşurării rotorului, inițial imobil, un sistem trifazat simetric de t.e.m. (e_2), care vor determina apariția unui sistem trifazat simetric de curenți rotorici (i_2).

Câmpul magnetic învârtitor acționează asupra acestor curenți cu forțe Laplace, care vor pune rotorul în mişcare. Pe măsura accelerării rotorului ca urmare a cuplului electromagnetic activ ce se exercită asupra lui, viteza relativă a câmpului inductor în raport cu înfăşurarea rotorică scade $(\Omega_1 - \Omega_2)$, fapt ce duce la scăderea intensității curenților rotorici şi la reducerea frecvenței lor.

În final rotorul se stabileşte la o turație staționară $n_2 < n_1$, corespunzătoare egalării cuplului electromagnetic activ cu cel rezistent. Pentru a caracteriza această rotire asincronă a maşinii s-a introdus mărimea numită alunecare:

$$s = \frac{n_1 - n_2}{n_1} = \frac{\Omega_1 - \Omega_2}{\Omega_1}, \tag{3.2.2}$$

unde

$\Omega_1 = \frac{w_1}{p} = 2p\, n_1$, reprezintă viteza unghiulară statorică,

$\Omega_2 = \Omega_1 - \frac{w_2}{p} = 2p\, n_2$ reprezintă viteza unghiulară rotorică.

Ținând seama de relațiile de mai sus rezultă că frecvența mărimilor rotorice este legată de frecvența mărimilor statorice prin relația:

$$s = \frac{w_2}{w_1} = \frac{f_2}{f_1}. \tag{3.2.3}$$

Observații:

1. Maşina nu poate funcționa la turația de sincronism, deoarece dacă înfăşurarea rotorică se roteşte cu aceeaşi viteză cu câmpul magnetic învârtitor $(\Omega_1 = \Omega_2)$ fenomenul inducției electromagnetice nu se mai produce, t.e.m. rotorice sunt nule (e_2=0), de asemenea curenții rotorici (i_2=0) şi cuplul electromagnetic (cuplul activ) este nul.

2. Curenții rotorici îşi asociază un câmp învârtitor propriu, numit câmp magnetic de reacție (fenomenul poartă numele de reacția indusului), câmp ce se roteşte sincron (cu Ω_1) cu câmpul inductor principal (statoric), dar este decalat spațial față de acesta. Cele două câmpuri magnetice se compun dând câmpul magnetic rezultant al maşinii, care are o distribuție sinusoidală în timp şi spațiu.

Din teoria maşinii asincrone rezultă că cuplul electromagnetic poate fi pus sub forma:

$$M = \frac{3E_2 I_2 \cos j_2}{\Omega_1 - \Omega_2}, \tag{3.2.4}$$

unde E_2 reprezintă valoarea efectivă a t.e.m. indusă în înfăşurarea rotorică.

Regimurile de funcționare ale maşinii asincrone sunt consecințe ale valorilor posibile ale cuplului electromagnetic în funcție de viteza unghiulară statorică (Ω_1) şi de cea rotorică (Ω_2).

- *Regimul de motor*. Din relația (3.2.4) se observă că $M > 0$ dacă $(\Omega_2 < \Omega_1)$. Deci la turații rotorice asincrone $n_2 < n_1$ cuplul electromagnetic al maşinii este un cuplu motor. Regimul de motor se desfăşoară pentru valori ale alunecării cuprinse în domeniul 0<s<1.

- *Regimul de generator*. Dacă armătura rotorică este antrenată la o viteză unghiulară $\Omega_2 > \Omega_1$ în sensul câmpului magnetic inductor, $M < 0$, puterea mecanică este transformată în putere electrică şi maşina funcţionează în regim de generator injectând putere în reţea. Regimul se desfăşoară în domeniul $-\infty < s < 0$.
- *Regimul de frână*. Maşina asincronă intră în regim de frână atunci când cuplul electromagnetic dezvoltat este de sens opus sensului său de rotaţie. Aceasta se întâmplă dacă se schimbă succesiunea fazelor înfăşurării statorice, astfel încât câmpul magnetic să se rotească cu Ω_1 în sens invers armăturii rotorice, sau dacă cuplul rezistent depăşeşte valoarea cuplului activ. În această situaţie maşina primeşte energie atât din reţeaua electrică, cât şi pe la arbore şi o transformă în căldură prin efect electrocaloric. Acest regim se desfăşoară pentru $1 < s < \infty$.

În figura 3.2.1 se prezintă caracteristica mecanică a maşinii cu evidenţierea regimurilor.

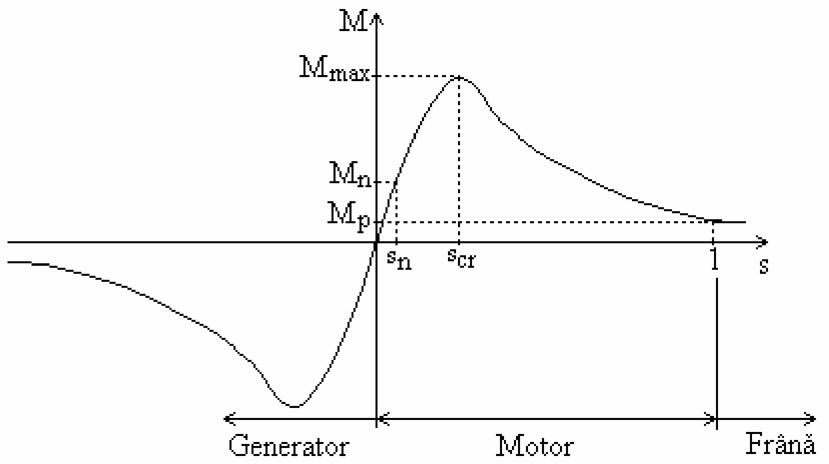


Fig. 3.2.1

Se deosebesc două regimuri limită ale regimului de motor:

- funcţionarea cu rotorul imobil (calat) când $n_2 = 0 \Rightarrow \mathrm{s} = 1$ - similară unui transformator cu secundarul în scurtcircuit – regim periculos deoarece căldura degajată distruge rapid izolaţia;
- funcţionarea la mers în gol ideal când $n_2 = n_1 \Rightarrow \mathrm{s} = 0$.

3.2.2. Teoria tehnică a maşinii asincrone în regim de motor

Teoria tehnică a maşinii asincrone este similară celei a transformatorului electric, astfel încât se poate face o analogie cu acesta din urmă, asociind statorul cu primarul şi rotorul cu secundarul în scurtcircuit al transformatorului. Plecând de la relaţiile (3.1.10) şi ţinând seama că pulsaţia mărimilor statorice este diferită de cea a mărimilor rotorice, se obţin ecuaţiile de fază ale maşinii:

$$
\begin{aligned}
&\underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_1 + jw_1 L_{s1} \underline{I}_1 + jw_1 k_1 N_1 \underline{\Phi} \\
&0 = R_2 \underline{I}_2 + jw_2 L_{s2} \underline{I}_2 - jw_2 k_2 N_2 \underline{\Phi} \\
&\underline{I}_m = \underline{I}_1 - \underline{I}_2^{'} \\
&\underline{\Phi} = \frac{L_u}{k_1 N_1} \underline{I}_m = \frac{X_u}{w_1 k_1 N_1} \underline{I}_m ,
\end{aligned}
\qquad (3.2.5)
$$

unde

R_1, R_2 sunt rezistenţele înfăşurărilor statorică, respectiv rotorică;

L_{s1}, L_{s2} sunt inductivitățile de dispersie a înfăşurării de fază a statorului față de rotor şi invers;

N_1, N_2 reprezintă numărul de spire al înfăşurării de fază statorică, respectiv rotorică;

k_1, k_2 sunt coeficienți subunitari care depind de tipul înfăşurării, numiți factori de înfăşurare;

F este fluxul magnetic corespunzător unui pol al câmpului învârtitor;

I_m este curentul de magnetizare care produce câmpul magnetic învârtitor.

Ținând seama că $w_2 = sw_1$, conform relației (3.2.3) şi făcând notațiile:

$$\begin{aligned} \underline{E}_1 &= -jw_1k_1N_1\underline{\Phi} = -jw_1L_u\underline{I}_m = -jX_u\underline{I}_m \\ \underline{E}_2 &= jw_2k_2N_2\underline{\Phi} = -\frac{k_2N_2}{k_1N_1}s\underline{E}_1, \end{aligned} \tag{3.2.6}$$

raportarea mărimilor rotorice la cele statorice se face cu relațiile:

$$\begin{aligned} \underline{E}_2^{'} &= \frac{k_1N_1}{k_2N_2}\underline{E}_2 = -s\underline{E}_1, \qquad & \underline{I}_2^{'} &= \frac{k_2N_2}{k_1N_1}\underline{I}_2, \\ R_2^{'} &= \left(\frac{k_1N_1}{k_2N_2}\right)^2 R_2, \qquad & X_{s2}^{'} &= \left(\frac{k_1N_1}{k_2N_2}\right)^2 X_{s2}. \end{aligned} \tag{3.2.7}$$

Notând $X_{s2} = w_1L_{s2}$ şi luând în considerare şi pierderile în fier, se obține sistemul complet al ecuațiilor de funcționare în regim permanent raportate la stator sub forma:

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= R_1\underline{I}_1 + jX_{s1}\underline{I}_1 - \underline{E}_1 \\ 0 &= \frac{R_2^{'}}{s}\underline{I}_2^{'} + jX_{s2}^{'}\underline{I}_2^{'} + \underline{E}_1 \\ \underline{I}_{10} &= \underline{I}_m + \underline{I}_a = \underline{I}_1 - \underline{I}_2^{'} \\ \underline{E}_1 &= -jX_m\underline{I}_m = -R_{Fe}\underline{I}_a. \end{aligned} \tag{3.2.8}$$

Primele două ecuații din (3.2.8) arată că maşina asincronă poate fi echivalată cu un transformator care ar fi încărcat cu o sarcină rezistivă variabilă $R_2^{'}/s$.

Deci motorul asincron reprezintă un transformator generalizat în care pe lângă transformarea tensiunilor şi curenților are loc şi transformarea frecvenței în raportul $s = f_2/f_1$.

Schema echivalentă corespunzătoare este prezentată în figura 3.2.2, în care, pentru evidențierea pierderilor în înfăşurarea rotorică şi a puterii mecanice, rezistența $R_2^{'}/s$ s-a descompus în $R_2^{'}$ şi $\left(\frac{1}{s}-1\right)R_2^{'}$.

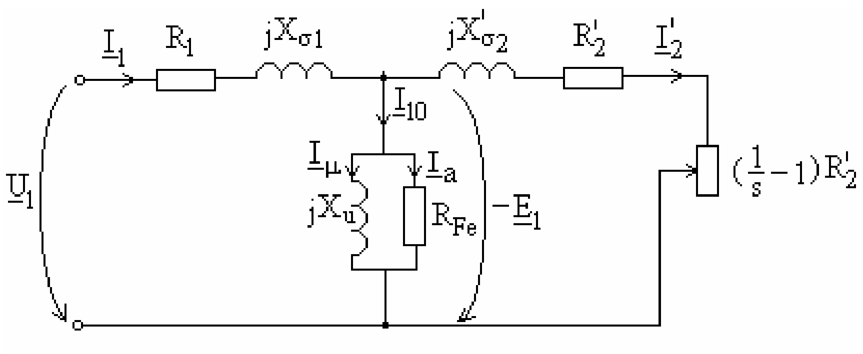


Fig. 3.2.2

Observații:

1. Datorită întrefierului (care nu apare la transformator) reactanțele de dispersie $X_{\sigma 1}, X'_{\sigma 2}$ sunt relativ mari în comparație cu X_u.
2. Rezistența corespunzătoare pierderilor în fier R_{Fe} este mai mică decât la transformator (pierderile $P_{Fe} = R_{Fe} I_a^2$ sunt relativ mai mari).
3. Ca urmare la mașina asincronă nu sunt posibile simplificările care se fac la transformator pentru schema Kapp (de scurtcircuit).

Neglijând rezistența statorică şi reunind reactanțele de scăpări $R_1 \approx 0$ şi $X_\sigma = \frac{1}{c} X_{\sigma 1} + X'_{\sigma 2}$, cu $c = 1{,}04 - 1{,}08$, se obține schema simplificată a mașinii asincrone, cu circuitul de magnetizare scos la borne (Fig. 3.2.3).

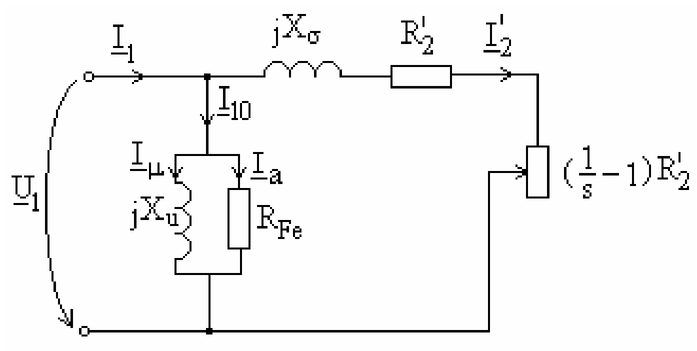


Fig. 3.2.3

3.2.3. Bilanțul puterilor şi randamentul motorului asincron trifazat

Puterea electrică absorbită pe la bornele statorice de motor este:

$$P_1 = 3U_1 I_1 \cos \varphi_1 \qquad (3.2.9)$$

Din această putere o parte se consumă prin *pierderi Joule în înfăşurarea statorică*

$$P_{Cu1} = 3R_1 I_1^2 \qquad (3.2.10)$$

şi prin *pierderi prin histerezis şi curenți turbionari în miezul feromagnetic al statorului* – P_{Fe1}.

Puterea rămasă este *puterea electromagnetică* a maşinii, P_{em}, transmisă rotorului prin intermediul câmpului magnetic învârtitor din întrefier:

$$P_{em} = P_1 - (P_{Cu1} + P_{Fe1}) = 3\frac{R_2'}{s}(I_2')^2 = M\,\Omega_1, \qquad (3.2.11)$$

unde M este cuplul electromagnetic al maşinii.

Din această putere primită de rotor o parte se *pierde în înfăşurarea rotorică* prin efect Joule:

$$P_{Cu2} = 3R_2'(I_2')^2 = sP_{em} \qquad (3.2.12)$$

şi în miezul rotoric P_{Fe2}. Acestea din urmă sunt mici: cele prin histerezis sunt proporționale cu f_2, iar cele prin curenți turbionari cu f_2^2, valoarea frecvenței rotorice fiind redusă. La motoarele asincrone de construcție normală alunecarea nominală $s_n = 0{,}01 - 0{,}06$ (valorile mai mici corespund la puteri mai mari), astfel încât f_2 = (0,5-3) Hz. Deci pierderile în fierul rotoric al motorului asincron se pot neglija în regim normal de funcționare.

Puterea rămasă reprezintă *puterea mecanică* transmisă rotorului:

$$P_{mec} = P_{em} - P_{Cu2} = (1-s)P_{em} = M\Omega_2. \qquad (3.2.13)$$

Puterea utilă disponibilă la arborele motorului se obține scăzând din această putere mecanică *pierderile mecanice prin frecare şi ventilație*:

$$P_2 = P_{mec} - P_{fv} = M_u\Omega_2. \qquad (3.2.14)$$

Diferența dintre puterea electromagnetică transmisă rotorului şi puterea utilă la arborele motorului se numeşte *putere de alunecare*:

$$P_s = P_{em} - P_2 = P_{Cu2} + P_{fv}. \qquad (3.2.15)$$

În figura 3.2.4. se prezintă diagrama de puteri a motorului asincron.

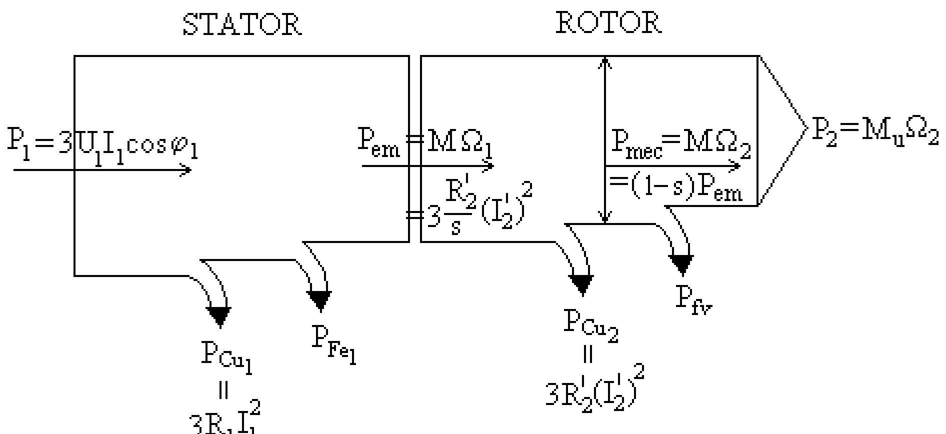


Fig. 3.2.4

Observații:

1. Spre deosebire de secundarul transformatorului electric care poate debita atât energie activă cât şi reactivă, rotorul motorului asincron poate da numai putere activă, sub forma de energie mecanică.
2. Rotorul primeşte însă energie reactivă necesară magnetizării câmpului magnetic de dispersie şi a armăturii rotorice.

În ceea ce priveşte puterea reactivă, bilanțul este modelat de relația:

$$Q_1 = Q_{s1} + Q_{Fe1} + Q_d + Q_{Fe2} + Q_{s2} \qquad (3.2.16)$$

în care:

$Q_{s\,1} = 3X_{s\,1}I_1^2$ şi $Q_{s\,2} = 3X'_{s\,2}(I'_2)^2$ reprezintă puterile de magnetizare ale câmpurilor magnetice de dispersie în cele două înfăşurări;

Q_{Fe1}, Q_{Fe2}, Q_d sunt puteri necesare magnetizării celor două armături şi a întrefierului; ele satisfac relația:

$$Q_{Fe1} + Q_{Fe2} + Q_d = 3X_u I_m^2. \tag{3.2.17}$$

Randamentul motorului asincron se determină cu relația:

$$h = \frac{P_2}{P_1} = \frac{3U_1 I_1 \cos j_1 - (P_{Cu1} + P_{Cu2} + P_{Fe1} + P_{fv})}{3U_1 I_1 \cos j_1}. \tag{3.2.18}$$

Ca şi la transformatorul electric se poate demonstra că randamentul maxim se obține când pierderile constante ($P_{Fe} + P_{fv}$) sunt egale cu pierderile variabile ($P_{Cu1} + P_{Cu2}$).

Randamentul nominal este o funcție de puterea motorului, de turație, de tipul constructiv.

3.3. ACȚIONĂRI ELECTRICE

3.3.1. Sisteme de acționare electrică

Acționarea electrică este operația prin care se efectuează comenzi asupra regimurilor de funcționare a maşinilor de lucru cu ajutorul energiei electrice. Ea se realizează prin sisteme de acționare electrică, alcătuite dintr-un ansamblu de dispozitive care transformă energia electrică în energie mecanică şi coordonează pe cale electrică parametrii energiei astfel obținute (în principal cuplul şi turația).

În figura 3.3.1 se reprezintă schema structurală a unui *sistem* complex *de acționare electrică*.

Motorul electric de acționare (M.E.A.) este alimentat prin intermediul unui convertor electric (rotativ sau static), având rolul de a transforma parametrii electrici ai sursei de alimentare în mărimi specifice tipului de motor şi metodei de reglare a turației adoptate.

Convertorul electric poate fi o instalație de redresare, un convertor de frecvență, un variator de tensiune sau combinații ale acestora. El poate fi comandat printr-un *sistem automat de comandă* prevăzut cu calculator de proces – în cazul sistemelor complexe – sau cu regulator pentru sistemele mai simple.

M.E.A. împreună cu mecanismele de transmisie a energiei mecanice – care formează *lanțul cinematic* (L.C.) al acționării – alcătuit din arbori de transmisie, curele de transmisie, roți dințate, cuplaje electromagnetice sau cu fricțiune, şuruburi fără sfârşit etc. – formează *echipamentul de antrenare.*

În fluxul de informații al sistemului de acționare, care furnizează mărimea de comandă, se găseşte *convertorul mărimii măsurate*, reprezentat de un traductor de poziție sau de turație.

După numărul motoarelor care asigură acționarea unei maşini de lucru, acționările electrice se clasifică în:

- *acționări individuale*, în care un singur motor electric acționează o singură maşină de lucru; motorul poate fi cuplat la arborele maşinii de lucru direct sau prin transmisie mecanică;
- *acționări multiple*, în care o maşină de lucru este acționată de mai multe motoare electrice, câte un motor pentru o mişcare sau un grup de mişcări. Aceste motoare pot

funcționa independent sau pot fi legate între ele pe cale mecanică, sau pe cale electrică. Legătura mecanică se realizează prin cuplaj rigid, diferențial sau cu fricțiune, iar legătura electrică se realizează prin aşa-numitul arbore electric. La aceste sisteme de acționări randamentul creşte şi devin posibile comenzile automate ale unor mecanisme separate. Sistemul se aplică la maşinile de aşchiere, la maşinile de lucru din metalurgie, industria textilă, poligrafică etc.

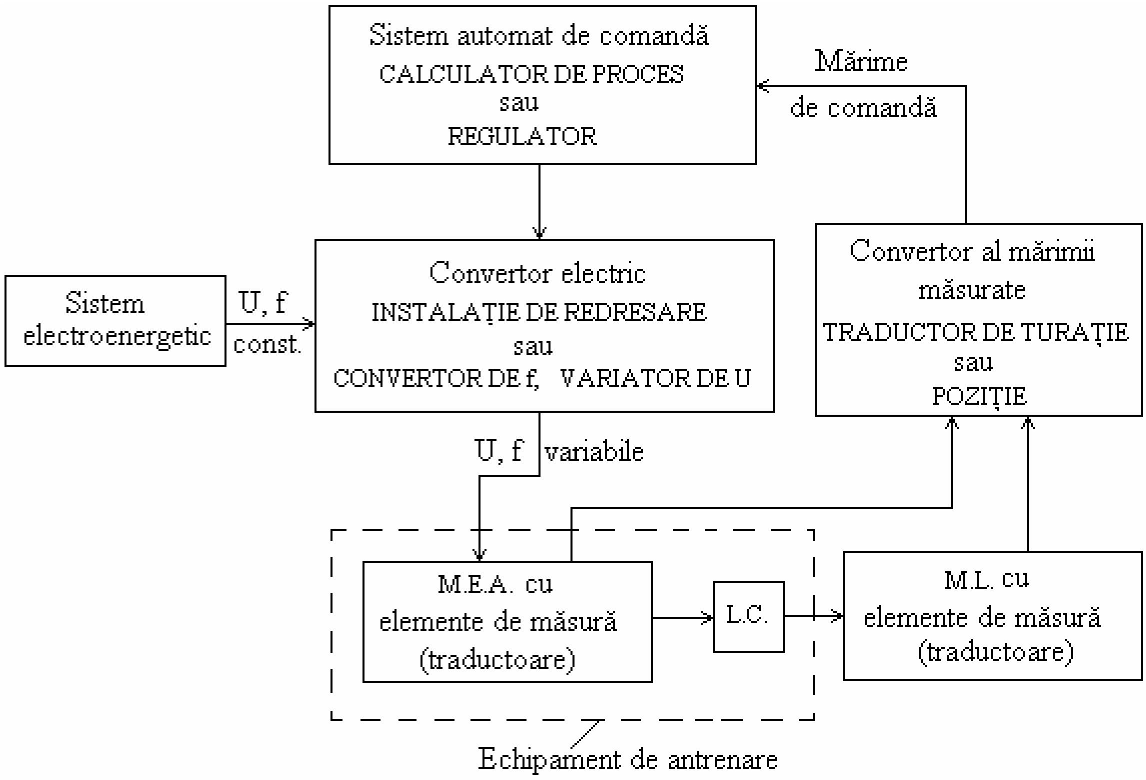


Fig. 3.3.1

3.3.2. Ecuația fundamentală a sistemelor de acționare electrică

La baza studiului acționărilor electrice complexe se află ecuația de mişcare a sistemului de acționare individuală care derivă din legea fundamentală a mişcării. Mişcarea de bază în sistemele de acționare electrică este mişcarea de rotație, a cărei lege fundamentală este:

$$M = M_a - M_r = J\frac{\mathrm{d}\Omega}{\mathrm{d}t}, \tag{3.3.1}$$

unde:

M reprezintă cuplul rezultant care acționează asupra arborelui motor în regim permanent;

M_a este cuplul activ, iar M_r - cuplul rezistent static;

J reprezintă momentul axial de inerție al ansamblului motor-sarcină, care se roteşte cu viteza unghiulară Ω, având accelerația unghiulară $\mathrm{d}\Omega/\mathrm{d}t$.

Termenul din dreapta ecuației se mai numeşte cuplu rezistent dinamic.

Relația (3.3.1) este valabilă numai în ipoteza că momentul axial de inerție este constant, ceea ce corespunde majorității cazurilor practice.

În cazul mecanismelor la care momentul axial de inerție al unor piese în raport cu arborele motor îşi schimbă valoarea în decursul unui ciclu de funcționare (cazul mecanismelor bielă-

manivelă, al maşinilor cu raport de transmisie între două organe variabil în timp etc.), ecuaţia fundamentală a mişcării se scrie sub forma:

$$M = J\frac{\mathrm{d}\Omega}{\mathrm{d}t} + \frac{\Omega}{2}\frac{\mathrm{d}J}{\mathrm{d}t}. \tag{3.3.2}$$

Ecuaţia (3.3.1) se mai poate scrie ca:

$$M = J\frac{\mathrm{d}\Omega}{\mathrm{d}t} = \frac{GD^2}{4g}\frac{\mathrm{d}\Omega}{\mathrm{d}t} = \frac{GD^2}{375}\frac{\mathrm{dn}}{\mathrm{d}t}, \tag{3.3.3}$$

unde

GD^2 reprezintă momentul de volant (de giraţie) al maselor în mişcare de rotaţie;

$\frac{\mathrm{d}\Omega}{\mathrm{d}t} = \frac{2p}{60}\frac{\mathrm{dn}}{\mathrm{d}t}$, este acceleraţia unghiulară exprimată în funcţie de variaţia în timp a turaţiei motorului, iar g=9,81, este acceleraţia gravitaţională.

Pentru rezolvarea problemelor de acţionare este necesară precizarea convenţiei asupra semnelor cuplurilor ce intervin în ecuaţia fundamentală.

Cuplul activ M_a reprezintă cuplul dezvoltat de motorul electric ca urmare a acţiunii câmpului electromagnetic al statorului asupra rotorului. El învinge cuplurile rezistente statice şi dinamice, imprimând maşinii de lucru o anumită viteză. În această situaţie maşina absoarbe energie din reţea, iar sensul cuplului activ este pozitiv. Dacă M_a lucrează în acelaşi sens cu cuplurile rezistente de pe arborele maşinii de lucru, motorul cedează energie în reţea sau pe o rezistenţă din circuitul indusului, iar cuplul este negativ sau de frânare.

Cuplul rezistent static M_r acţionează la arborele maşinii de lucru şi se datorează forţelor de frecare şi utile (de tăiere, aşchiere, compresie, întindere, răsucire etc.). El se opune mişcării imprimate de motor maşinii de lucru. Semnul pozitiv al acestui cuplu corespunde cazului când el se opune cuplului motor.

Cuplurile rezistente statice pot fi de reacţie sau potenţiale .

În prima grupă intră cuplurile statice care se opun totdeauna cuplului motor şi deci sunt pozitive. Ele corespund unor maşini de lucru care prelucrează corpuri rigide, cum sunt maşinile unelte de aşchiere sau presele mecanice cu excentric, în momentul presării.

În grupa a doua intră toate cuplurile date de maşinile de ridicat, care permit înmagazinarea unei energii potenţiale. Când sarcina se ridică, ea înmagazinează o anumită energie potenţială şi semnul cuplului static este pozitiv, opunându-se cuplului motor. Când sarcina se coboară, semnul cuplului se consideră negativ, deoarece energia potenţială este cedată, acţionând în sensul cuplului motor.

Cuplul rezistent dinamic apare în timpul proceselor tranzitorii, când energia cinetică variază. El este pozitiv când se opune cuplului activ şi negativ când întreţine mişcarea motorului.

3.3.3. Reducerea cuplurilor şi a momentelor de inerţie la arborele motorului

Ecuaţia fundamentală a mişcării de rotaţie în oricare din formele de mai sus este valabilă când arborele motorului electric este cuplat direct cu arborele maşinii de lucru, fără organ de transmisie intermediar sau cu organ de transmisie cu raport egal cu unitatea.

De cele mai multe ori, însă, viteza unghiulară a arborelui motor este diferită de cea a arborelui maşinii de lucru, legătura dintre cei doi arbori realizându-se prin sisteme de transmisie cu rapoarte diferite. În aceste condiţii, pentru determinarea puterii şi turaţiei motorului de acţionare este necesară reducerea cuplurilor, momentelor de inerţie şi a momentelor de volant la arborele motorului.

Considerăm sistemul de acționare cu transmisie rigidă cu roți dințate din figura 3.3.2,a. Reducerea cuplurilor la arborele motorului se efectuează în ipoteza invarianței puterii în sistem:

$$M_m \Omega_m h = M_r \Omega_r , \tag{3.3.4}$$

astfel încât cuplul redus va fi:

$$M_m = \frac{1}{h} \frac{\Omega_r}{\Omega_m} M_r = \frac{1}{h} \frac{1}{k} M_r . \tag{3.3.5}$$

Dacă motorul frânează, cuplul redus se exprimă cu expresia:

$$M_{mr} = \frac{h}{k} M_r . \tag{3.3.6}$$

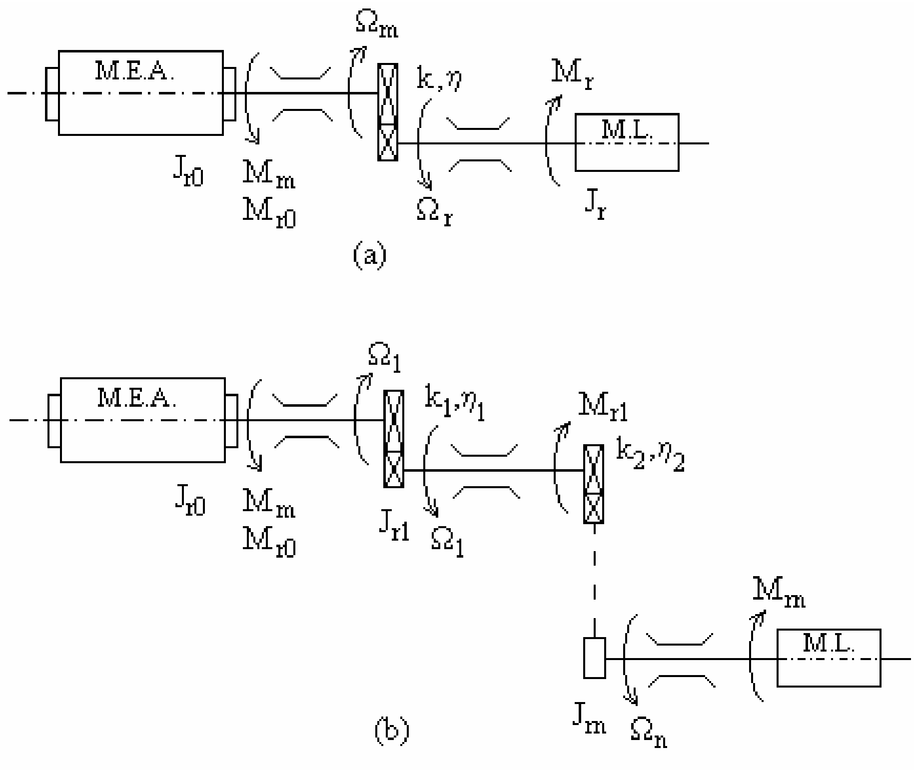


Fig. 3.3.2

Reducerea momentelor de inerție ale pieselor componente se face în ipoteza invarianței energiilor cinetice:

$$\frac{1}{2} J_m \Omega_m^2 h = \frac{1}{2} J_r \Omega_r^2 , \tag{3.3.7}$$

de unde rezultă momentul de inerție redus:

$$J_m = \frac{1}{h} \frac{\Omega_r^2}{\Omega_m^2} J_r = \frac{1}{h} \frac{1}{k^2} J_r . \tag{3.3.8}$$

Dacă sistemul de acționare are o schemă cinematică mai complexă (Fig. 3.3.2,b), între arborele motor şi arborele maşinii de lucru fiind mai multe trepte de reducere, atunci reducerea cuplurilor şi momentelor de inerție se aplică din treaptă în treaptă, conform relațiilor (3.3.9) şi (3.3.10):

$$M_m = \sum_{i=1}^{p} \frac{M_{ri}}{h_i k_i}, \tag{3.3.9}$$

$$J_m = \sum_{i=1}^{p} \frac{J_{ri}}{h_i k_i^2}, \tag{3.3.10}$$

în care M_{ri} reprezintă cuplurile rezistente statice, J_{ri} momentele axiale de inerție, k_i rapoartele de transmisie, iar h_i randamentele, la arborii intermediari i=1, p.

Dacă se ține seama şi de cuplul rezistent static aplicat chiar la arborele motor, M_{r0}, corespunzător frecărilor în lagăre, repectiv de momentul axial de inerție al rotorului şi al pieselor fixate pe arborele acestuia, J_{r0}, relațiile de mai sus devin:

$$M_{mt} = M_{r0} + \sum_{i=1}^{p} \frac{M_{ri}}{h_i k_i}, \tag{3.3.11}$$

$$J_{mt} = J_{r0} + \sum_{i=1}^{p} \frac{J_{ri}}{h_i k_i^2}, \tag{3.3.12}$$

unde M_{mt} şi J_{mt} reprezintă cuplul rezistent total, respectiv momentul axial total, reduse la arborele motorului.

În mod similar, momentul de volant total redus, ținând seama şi de momentul de volant al rotorului motorului electric şi al pieselor fixate pe arborele acestuia, GD_0^2, va fi dat de relația:

$$(GD_m^2)_t = GD_0^2 + \sum_{i=1}^{p} \frac{GD_i^2}{h_i k_i^2}. \tag{3.3.13}$$

În calculele practice pentru care se cunoaşte sau se poate determina cuplul rezistent static al mecanismului, M_r şi se cunosc turațiile, respectiv randamentele diferitelor trepte de transmisie, cuplul total redus la arborele motorului se calculează cu relația:

$$M_{mt} = M_{r0} + \frac{M_r}{h_t k_t}, \tag{3.3.14}$$

unde randamentul total al transmisiei pentru s cuplaje este:

$$h_t = \prod_{i=1}^{s} h_i, \tag{3.3.15}$$

iar raportul total de transmisie:

$$k_t = \prod_{i=1}^{s} k_i = \frac{n_0}{n_1} \cdot \frac{n_1}{n_2} \cdot \cdots \frac{n_{s-1}}{n_s}, \tag{3.3.16}$$

n_0 fiind turația motorului, iar n_p – turația maşinii de lucru.

3.3.4. Reducerea mişcărilor de translație la mişcări de rotație

În cazul maşinilor de lucru care au în componența lor atât mase în mişcare de rotație cât şi mase în mişcare liniară (de exemplu: raboteze, maşini de ridicat, mecanisme de transport etc.), acestea din urmă creează la arborele motor cupluri rezistente dinamice suplimentare. Ca urmare, este necesară reducerea mişcării de translație la mişcare de rotație. Considerând sistemul de acționare din figura 3.3.3, cuplul redus la arborele motorului, corespunzător forței

de sarcină F care acționează asupra organului cinematic în mişcare de translație cu viteza v, se calculează în ipoteza conservării puterii:

$$M_m \Omega_m h = F\, v\,, \tag{3.3.17}$$

de unde:

$$M_m = \frac{F\, v}{h\, \Omega_m}\,. \tag{3.3.18}$$

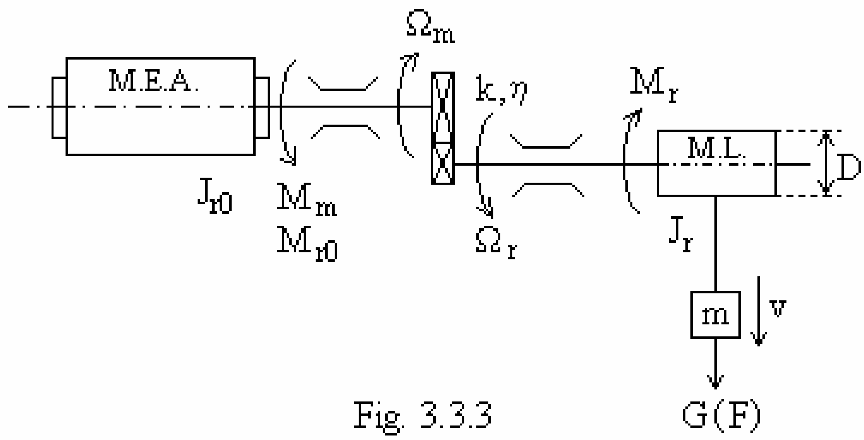


Fig. 3.3.3

Raportarea maselor de inerție se face pe baza conservării energiei cinetice:

$$J_m \frac{\Omega_m^2}{2} h = \frac{mv^2}{2}\,, \tag{3.3.19}$$

astfel încât momentul de inerție redus va fi:

$$J_m = \frac{m}{h} \frac{v^2}{\Omega_m^2}\,, \tag{3.3.20}$$

iar momentul de volant redus:

$$GD_m^2 = 4gJ_m = \frac{4g}{h} \frac{mv^2}{\Omega_m^2} = \frac{4Gv^2}{h\Omega_m^2} \approx \frac{365\, Gv^2}{h\, n^2}\,, \tag{3.3.21}$$

în care v este viteza liniară în m/s , n turația motorului în rot/min, iar G greutatea în kgf.

Dacă lanțul cinematic al maşinii de lucru este complex, fiind format din p arbori cu mişcare de rotație şi m mecanisme cu mişcare liniară, momentul de inerție total redus la arborele motorului va fi:

$$J_{mt} = J_{r0} + \sum_{i=1}^{p} \frac{J_{ri}}{h_i k_i^2} + \sum_{j=1}^{m} \frac{m_j v_j^2}{h_j \Omega_m^2}\,, \tag{3.3.22}$$

iar momentul de volant total redus la arborele motorului:

$$(GD_m^2)_t = GD_0^2 + \sum_{i=1}^{p} \frac{G_i D_i^2}{h_i k_i^2} + \sum_{j=1}^{m} \frac{4G_j v_j^2}{h_j \Omega_m^2}\,. \tag{3.3.23}$$

Dacă transferul de energie se face de la maşina de lucru la motor, relațiile deduse mai sus îşi păstrează valabilitatea dacă se schimbă locul randamentului de la numitor la numărător.

3.3.5. Caracteristicile mecanice ale maşinilor de lucru

Caracteristica mecanică a unei maşini de lucru reprezintă dependența dintre cuplul rezistent static al maşinii şi turația (sau viteza unghiulară de rotație) a acesteia.

3.3.5.1. Maşini de lucru cu cuplul rezistent variabil cu viteza liniară sau cu viteza unghiulară a mecanismului

Din această categorie fac parte maşinile de lucru care trebuie să învingă frecări cu aerul, cu apa sau cu un alt fluid. Caracteristica mecanică a acestor maşini este dată de relația:

$$M_r = M_{r0} + (M_{rn} - M_{r0})\left(\frac{\Omega}{\Omega_n}\right)^a = M_{r0} + (M_{rn} - M_{r0})\left(\frac{n}{n_n}\right)^a, \qquad (3.3.24)$$

unde:

M_{r0} reprezintă componenta cuplului rezistent corespunzătoare frecărilor şi independentă de viteză;

M_{rn} este cuplul rezistent nominal corespunzător turației nominale n_n sau vitezei unghiulare nominale W_n;

n este turația de regim a maşinii de lucru;

α este un coeficient care, în funcție de tipul maşinii, poate lua valorile -1,0,1,2,>2.

În funcție de valorile lui α, relația (3.3.24) are diferite forme:

- *Maşini de lucru la care* $a = -1$

Este cazul maşinilor de bobinat fire, hârtie, sârmă, la care viteza de tragere a materialului, v, şi forța de tracțiune F trebuie să rămână constante indiferent de diametrul d al mosorului.

Cum viteza de tragere:

$$v = \Omega\frac{d}{2}, \qquad (3.3.25)$$

iar

$$M_r = F_r\frac{d}{2}, \qquad (3.3.26)$$

rezultă că viteza unghiulară W, respectiv turația n, trebuie să scadă cu diametrul mosorului, în timp ce cuplul creşte.

Puterea utilă fiind:

$$P_2 = M_r\Omega = M_{rn}\Omega_n = F_r v = ct. \qquad (3.3.27)$$

rezultă

$$M_r = M_{rn}\frac{\Omega_n}{\Omega} = M_{rn}\frac{n_n}{n}. \qquad (3.3.28)$$

Ultima relație reprezintă forma simplificată a caracteristicii mecanice obținute din (3.3.24) pentru $a = -1$ şi în care s-a neglijat cuplul rezistent datorat frecărilor.

Forma completă a caracteristicii mecanice a acestor maşini reprezentate în figura 3.3.4, curba (1), este:

$$M_r = M_{r0} + (M_{rn} - M_{r0})\frac{n_n}{n}. \qquad (3.3.29)$$

- *Maşini de lucru la care* $a = 0$

Din această categorie fac parte maşinile de lucru care efectuează ridicări de sarcini (macarale, ascensoare) sau înving frecări (benzi transportoare, calandri pentru fabricarea cauciucului, maşini de găurit şi strunguri la care viteza de tăiere este proporțională cu înaintarea) şi pentru care relația (3.3.24) ia forma:

$$M_r = M_{rn} = ct. \tag{3.3.30}$$

Caracteristica mecanică a acestor maşini este deci o dreaptă paralelă cu axa abscisei pe care se află reprezentat timpul, ca în figura 3.3.5, valoarea cuplului rezistent şi timpul cât acesta rămâne constant cu viteza putând fi modificată conform cerințelor procesului tehnologic.

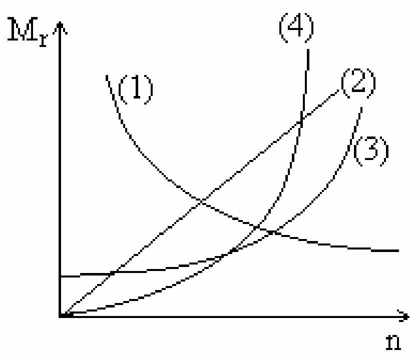


Fig. 3.3.4

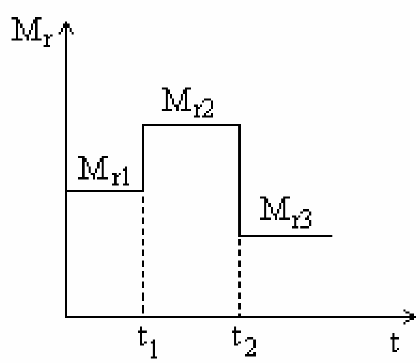


Fig. 3.3.5

- *Maşini de lucru la care* $a = 1$

În acest caz relația (3.3.24) devine:

$$M_r = M_{r0} + (M_{rn} - M_{r0})\frac{\Omega}{\Omega_n} = M_{r0} + (M_{rn} - M_{r0})\frac{n}{n_n}, \tag{3.3.31}$$

adică cuplul rezistent variază direct proporțional cu turația (dreapta (2) din Fig. 3.3.4).

Un astfel de cuplu este cel necesar rotirii rotorului unui generator de c.c. cu excitație constantă, debitând pe o rezistență fixă.

- *Maşini de lucru la care* $a = 2$

În cazul acestor maşini caracteristica mecanică este:

$$M_r = M_{r0} + (M_{rn} - M_{r0})\left(\frac{\Omega}{\Omega_n}\right)^2 = M_{r0} + (M_{rn} - M_{r0})\left(\frac{n}{n_n}\right)^2, \tag{3.3.32}$$

adică cuplul rezistent variază proporțional cu pătratul turației (curba(3) din Fig. 3.3.4). Este cazul sistemelor de acționare care presupun mase ce se deplasează cu viteze mari sau în cazul centrifugării fluidelor cu contrapresiune.

În cazul ventilatoarelor sau pompelor centrifuge, a elicelor etc, refularea fiind liberă, cuplul M_{r0} se poate neglija şi caracteristica mecanică devine:

$$M_r = M_{rn}\left(\frac{\Omega}{\Omega_n}\right)^2 = M_{rn}\left(\frac{n}{n_n}\right)^2, \tag{3.3.33}$$

reprezentată prin curba (4) din figura 3.3.4.

- *Maşini de lucru la care a* > 2

Este cazul maşinilor de lucru ale căror turații depăşesc 100.000 rot/min, cum sunt instalațiile centrifuge sau ultracentrifuge din industria chimică la care coeficientul a poate atinge valori până la 5. În acest caz caracteristica mecanică este dată de relația (3.3.24) în care se neglijează M_{r0}:

$$M_r = M_{rn}\left(\frac{\Omega}{\Omega_n}\right)^a = M_{rn}\left(\frac{n}{n_n}\right)^a . \tag{3.3.34}$$

3.3.5.2. Maşini de lucru cu cuplul rezistent variabil cu unghiul de rotație al unor organe componente ale maşinii

La maşinile de lucru care au în componența lor mecanisme bielă-manivelă cum sunt pompele, compresoarele cu piston, masele basculante la laminoare etc., cuplul este o funcție periodică de unghiul arborelui, adică de poziția unghiulară a rotorului motorului de acționare.

Cum unghiul q variază între 0 şi 2π, cuplul rezistent va varia în mod corespunzător şi odată cu acesta turația maşinii.

În funcție de tipul maşinii şi de operațiile pe care le execută cuplul rezistent poate varia după o sinusoidă sau o curbă apropiată de sinusoidă. Pentru efectuarea calculelor, aceste curbe se descompun în serii Fourier, din care se rețin fundamentala şi primele două armonici.

Dacă W = ct. ca în cazul compresoarelor, se poate considera unghiul q proporțional cu timpul şi deci sinusoidele se exprimă în funcție de timp sub forma:

$$M_r = M_{r0} + M_1 \sin(w_1 t + j_1) + M_2 \sin(w_2 t + j_2) + ..., \tag{3.3.35}$$

unde:

$w_1 = \frac{2p}{t_0}$, $w_2 = 2w_1, ..., w_n = nw_1$, reprezintă pulsațiile diferitelor armonice;

$M_1, M_2, \ldots, M_n$ sunt amplitudinile armonicelor seriei Fourier;

$j_1, j_2, \ldots, j_n$ sunt fazele inițiale ale armonicelor;

t_0 reprezintă durata unui ciclu.

3.3.5.3. Maşini de lucru cu cuplul rezistent variabil cu cursa

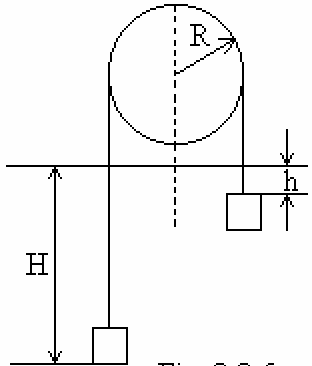


Fig. 3.3.6

Din această categorie fac parte maşinile de transportat sarcini pe pante cu înclinare variabilă, maşinile de extracție etc.

Pentru unele maşini din această categorie, calculul analitic al cuplului se face cu ajutorul unor relații empirice. Pentru maşina de extracție fără cablu de compensare (Fig. 3.3.6) ecuația cuplului rezistent este:

$$M_r = G\,R\left(1 - \frac{2h}{H}\right), \tag{3.3.36}$$

unde:

G reprezintă greutatea totală a cablului;

R este raza tobei de rulare;

H este cursa cabinei;

h reprezintă lungimea cursei de ridicare.

3.3.6. Alegerea motoarelor electrice de acționare

3.3.6.1. Regimurile de funcționare ale maşinilor de lucru

Regimul de funcționare al maşinilor de lucru arată modul cum variază cuplul rezistent al acestora în timp. El prezintă o deosebită importanță în alegerea corectă a motoarelor electrice de acționare, deoarece determină solicitările termice ale acestora.

Se deosebesc următoarele categorii:

a) maşini de lucru cu funcționare în regim de durată cu cuplu rezistent constant;
b) maşini de lucru cu funcționare în regim de durată cu cuplu rezistent variabil în timp;
c) maşini de lucru cu funcționare intermitentă;
d) maşini de lucru cu funcționare în regim de scurtă durată;
e) maşini de lucru care funcționează cu şocuri de sarcină;
f) maşini de lucru care funcționează cu sarcini pulsatorii.

3.3.6.2. Serviciile de funcționare ale motoarelor electrice

Serviciile de funcționare ale unei maşini electrice definesc succesiunea şi durata de menținere a regimurilor de funcționare. Ele sunt impuse de procesul tehnologic şi de productivitatea maşinilor de lucru. Corespunzător celor mai frecvente situații din practică, se deosebesc următoarele servicii nominale:

a) *Serviciul continuu* (S1) – în care motorul funcționează aperiodic, cu sarcină constantă, într-un interval de timp suficient pentru atingerea echilibrului termic, caracterizat prin q_{max}. El este specific pentru ventilatoarele cu debit constant, transportoarele cu bandă având sarcină liniară constantă etc.
b) *Serviciul de scurtă durată* (S2) – caracterizând funcționarea aperiodică a motoarelor, cu sarcină constantă într-un interval de timp mai mic decât cel necesar pentru atingerea echilibrului termic, respectiv q_{max}. Motorul este apoi deconectat de la rețea pentru o perioadă de timp suficientă pentru a se răci până la temperatura ambiantă. Serviciul este specific motoarelor utilizate în sistemele de acționare ale ecluzelor, a unor mecanisme auxiliare de la laminoare etc.
c) *Serviciul intermitent periodic* (S3) – caracterizează o funcționare ciclică. Durata t_c a unui ciclu este compusă dintr-un timp de lucru t_l în care motorul funcționează cu sarcină constantă, şi un timp de pauză t_p, ambii suficient de mici pentru ca echilibrul termic să nu se atingă în cursul unui ciclu de funcționare. În acest serviciu funcționează motoarele asincrone cu rotorul bobinat şi frânare mecanică utilizate pentru acționarea maşinilor sau a mecanismelor de ridicat.
d) *Serviciul intermitent cu durată de pornire* (S4) – corespunde unei funcționări ciclice, compusă din următorii timpi: un interval de pornire t_d, un interval de funcționare la putere constantă t_l şi un interval de repaus t_p, în care motorul este deconectat de la rețea. Deşi încălzirea motorului este influențată de perioada de pornire, totuşi nu se atinge echilibrul termic. Este cazul motoarelor asincrone cu rotor în scurtcircuit şi frânare mecanică, utilizate la maşinile sau mecanismele de lucru pentru ridicarea greutăților.
e) *Serviciul intermitent periodic cu durată de pornire şi frânare electrică* (S5) – care se deosebeşte de cazul anterior prin faptul că înaintea timpului de repaus mai conține un timp de frânare t_f. Nici în acest regim nu se atinge echilibrul termic. Este cazul motoarelor asincrone cu rotor în scurtcircuit care acționează macarale.
f) *Serviciul neîntrerupt cu sarcină intermitentă* (S6) – compus din cicluri succesive având un timp de funcționare t_l la putere constantă, urmat de un timp de funcționare în gol t_0, fără timp de repaus. Cei doi timpi având valori relativ reduse, echilibrul termic nu se atinge în decursul unui ciclu. Serviciul este specific motoarelor electrice

folosite pentru acționarea unor maşini unelte, la care sarcina se aplică sau se elimină prin intermediul unui cuplaj.

g) *Serviciul neîntrerupt periodic cu frânări electrice* (S7) – corespunde unei funcționări ciclice compusă dintr-un interval de pornire t_p, un interval de funcționare la putere constantă t_l şi un interval corespunzător frânării electrice, t_f. Ca şi în cazul precedent, motorul se află permanent sub tensiune, dar echilibrul termic nu este atins. Este cazul motoarelor electrice care acționează elemente de execuție a regulatoarelor bipoziționale.

h) *Serviciul neîntrerupt cu modificarea periodică a turației* (S8) – compus din cicluri succesive formate din intervale de funcționare în regim de lucru constant, corespunzător unei anumite turații, t_{1k}, urmat de unu sau mai mulți timpi de funcționare în alte regimuri de lucru, la turații diferite. Motorul este permanent sub tensiune, fără a atinge însă echilibrul termic. Din această categorie fac parte motoarele asincrone care au un număr de perechi de poli modificabil, corespunzător mai multor turații.

Alegerea motoarelor electrice destinate diferitelor acționări se face în funcție de două criterii de bază:

A) caracteristicile mecanice ale maşinilor de lucru, care impun tipul motorului electric ce trebuie ales;
B) serviciile de funcționare ale maşinilor de lucru, care impun puterea motorului ales după criteriul A).

3.3.6.3. Alegerea tipului motoarelor electrice de acționare în funcție de caracteristicile mecanice ale maşinilor de lucru

În regim staționar ecuația fundamentală de mişcare a sistemelor de acționare (3.3.1) ia forma:

$$M = M_a - M_r = 0, \qquad (3.3.37)$$

adică în cazul unui cuplaj direct între motorul electric de antrenare şi maşina de lucru, cuplul activ dezvoltat de motor trebuie să fie egal cu cuplul rezistent static la arbore. Se pot studia următoarele cazuri:

a) *Maşina de lucru cu sarcină constantă.*

Presupunem o maşină de lucru funcționând la intervale de timp în regim de sarcină constantă, caracteristicile de sarcină fiind dreptele M_{r1} = ct. şi M_{r2} = ct., paralele cu axa ordonatelor (Fig. 3.3.7). Considerăm caracteristicile mecanice (1), (1') şi (1") a trei tipuri de motoare electrice de antrenare. Trecerea de la un regim de funcționare stabilă (punctul A' sau A") corespunzător primei caracteristici de sarcină, la alt regim de funcționare stabilă (punctul B' sau B") corespunzător celei de-a doua, se realizează printr-o variație de turație (viteză) Δn, respectiv $\Delta n'$.

Stabilirea tipului de motor necesar pentru această acționare se va face ținând seama de următoarele considerente:

- domeniul de reglare al turației cerut de mecanismul antrenat;
- valoarea necesară a cuplului de pornire;
- posibilitățile de supraîncărcare ale motorului;
- calitățile dinamice impuse acționării (rapiditatea necesară la pornire, frânare sau inversarea sensului de rotație);
- comportarea motoarelor sub aspectul stabilității statice şi dinamice.

În cazul de față, dacă este necesară modificarea turației într-un domeniu larg, se va alege pentru acționare un motor electric cu caracteristică moale, cum este cel de curent continuu cu excitație serie sau cel asincron cu alunecare nominală mare, având caracteristica tip (1”).

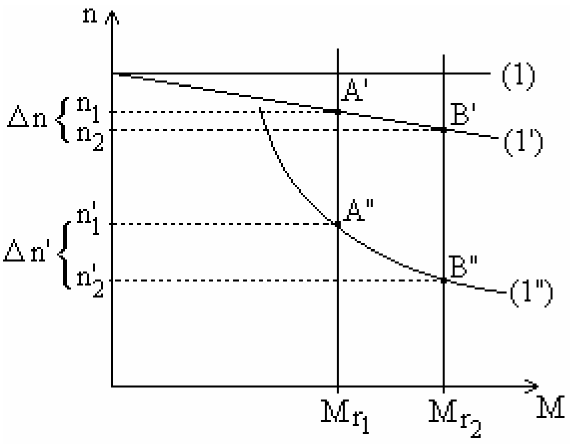


Fig. 3.3.7

Dacă, indiferent de sarcina maşinii de lucru, turația sistemului trebuie să aibă variații mici, atunci se va alege un motor electric de acționare cu caracteristică mecanică rigidă, cum este cel de curent continuu cu excitație derivație, sau cel asincron obişnuit, având caracteristica tip (1’).

Dacă, indiferent de sarcina maşinii de lucru, este necesară menținerea unei viteze riguros constante, atunci se va alege, un motor sincron a cărui caracteristică este de tipul (1).

b) *Maşina de lucru cu sarcină variabilă.*

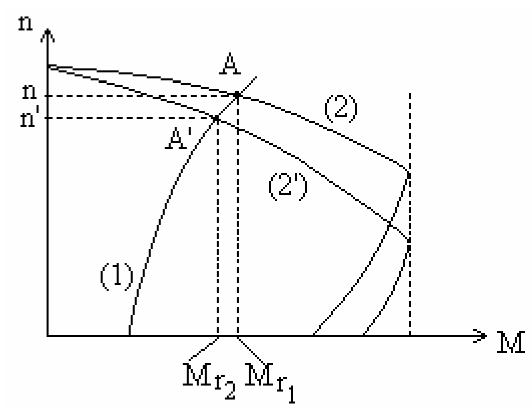


Fig. 3.3.8

de
pe

Se consideră o maşină de lucru având caracteristica mecanică (1) din figura 3.3.8. Acționarea unei astfel de maşini se poate face cu ajutorul unui motor asincron cu rotorul bobinat.

La scăderea turației, trecerea din punctul funcționare A în A’ se face prin trecerea de caracteristica mecanică (2) a motorului, pe caracteristica (2’) obținută prin înserierea unei rezistențe de reglaj în circuitul rotoric.

c) *Maşină de lucru cu sarcină pulsatorie.*

Acesta este cazul unui mecanism al cărui cuplu rezistent este funcție de unghiul parcurs de un anumit organ.

La variații ale cuplului rezistent între M_{max} şi M_{min}, după curba (1), variază şi cuplul activ dezvoltat de motor (curba (2) din figura 3.3.9), respectiv variază şi alunecarea acestuia între s_{max} şi s_{min}. Dacă motorul are o caracteristică mai moale (2’), alunecările corespunzătoare punctelor de funcționare A’ şi B’ vor fi mai mari decât cele corespunzătoare punctelor A şi B din cazul precedent.

Până la o anumită alunecare nominală, cu cât caracteristica mecanică a motorului este mai moale, cu atât limitele de variație ale alunecării sunt mai mari.

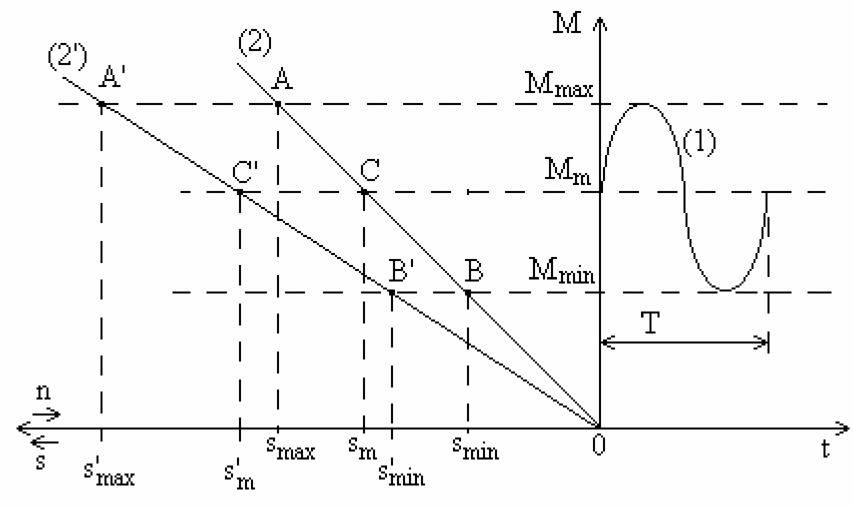


Fig. 3.3.9

Odată cu variația alunecării variază în mod corespunzător viteza motorului, între limitele n_{max} şi n_{min}. Ca urmare se poate defini în timpul unui ciclu de funcționare T al maşinii, un grad de neuniformitate:

$$d = \frac{n_{\max} - n_{\min}}{n_{med}}, \tag{3.3.38}$$

unde

$$n_{med} = \frac{n_{\max} + n_{\min}}{2}. \tag{3.3.39}$$

Datorită acestui grad de neuniformitate a vitezei, în masele aflate în mişcare de rotație ale sistemului de acționare se înmagazinează la funcționarea cu cuplu rezistent minim o cantitate de energie cinetică, cedată apoi la arborele motorului când valoarea cuplului rezistent creşte, ceea ce reprezintă un avantaj foarte important. Variația energiei cinetice este dată de relația:

$$\frac{1}{2} J\left(\Omega_{\max}^2 - \Omega_{\min}^2\right) \cong \frac{GD^2}{7200}\left(n_{\max}^2 - n_{\min}^2\right) = \frac{GD^2 n_{med}^2}{3600} d, \tag{3.3.40}$$

crescând cu gradul de neuniformitate şi cu pătratul vitezei medii. Prin urmare, variația energiei cinetice este cu atât mai mare, cu cât diferența dintre turația minimă şi maximă este mai mare, deci cu cât caracteristica mecanică a motorului este mai moale, permițând alegerea unui motor de putere mai mică.

3.3.6.4. Alegerea puterii nominale a motoarelor electrice de acționare pe baza condițiilor de încălzire

Factorul principal în stabilirea corectă a puterii unui motor electric de acționare (MEA) în funcție de regimurile de funcționare ale maşinilor de lucru (ML) este încălzirea acestuia.

Puterea motorului trebuie să fie astfel aleasă încât acestea să lucreze, pe cât posibil, în apropierea temperaturii maxim admisibile, $q_{\max}$, pentru clasa de izolație a bobinajului.

Alegerea corectă a puterii MEA este condiționată de trasarea diagramei sale de sarcină, pe baza diagramei de încărcare a ML (care exprimă variația sarcinii acesteia pe durata unui ciclu de lucru), ținând seama de randamentele mecanismelor din lanțul cinematic acționat.

Diagramele de sarcină ale MEA trebuie exprimate în mărimi caracteristice pentru regimul de funcționare şi care determină pierderile de putere, respectiv încălzirea: putere, cuplu sau curent.

Diagrama de sarcină proprie unui lanț cinematic acționat cu motor independent permite stabilirea serviciului de funcționare al MEA şi, în consecință, verificarea lui din punct de vedere termic.

a) *Alegerea puterii motoarelor electrice pentru acționarea maşinilor de lucru funcționând în regim de durată cu sarcini constante.*

Din această categorie fac parte motoarele electrice care funcționează în serviciul S1, antrenând maşini-unelte universale, maşini-unelte grele (strunguri carusel, maşini de frezat portal, strunguri normale mari), maşini-unelte speciale (maşini de frezat roți dințate cu freză melc etc.) sau ventilatoare cu debit constant, transportoare cu bandă având sarcină liniară constantă etc.

Pentru determinarea puterii MEA se calculează puterea cerută la arborele motorului de mecanismul acționat. Pentru aceasta se reduce cuplul rezistent static la arborele motorului, obținându-se M_{mt} (în Nm). Puterea pe care trebuie să o dezvolte MEA este:

$$P_m = M_{mt}\Omega_m = \frac{M_{mt} n_n}{9550} \quad [\mathrm{kW}]. \tag{3.3.41}$$

Această putere mai poate fi exprimată cu relația:

$$P_m = P_s + p_t, \tag{3.3.42}$$

unde P_s reprezintă puterea de sarcină constantă a ML, iar p_t pierderile în organele de transmisie.

Valoarea P_m astfel determinată este, în general, cuprinsă între două valori nominale standardizate: $P_{n1} < P_m < P_{n2}$.

Deoarece puterea nominală a MEA este calculată pentru o temperatură standard a mediului ambiant (de răcire) $q_a = 40^{\mathrm{o}}\mathrm{C}$, se disting următoarele situații:

1) *Dacă* $q_a \le 40^{\mathrm{o}}\mathrm{C}$**,** se alege pentru puterea nominală a motorului valoarea standardizată imediat superioară celei obținute din calcul:

$$P_m = P_{n2}, \tag{3.3.43}$$

fără verificare termică, deoarece $q_{\max}$ nu va fi atins.

2) *Dacă* $q_a > 40^{\mathrm{o}}\mathrm{C}$, condițiile de răcire se înrăutățesc. În această situație motorul ales la punctul 1) va putea dezvolta, fără a depăşi $q_{\max}$, o putere:

$$P_m^{'} = bP_n < P_n. \tag{3.3.44}$$

β este un factor adimensional reprezentând raportul curenților $I_n^{'}$ şi I_n, corespunzători celor două puteri şi care poate fi evaluat cu relația:

$$b = \sqrt{1 - \frac{\Delta q}{q_{\infty}}(1+a)} \; < 1, \tag{3.3.45}$$

unde:

$\Delta q = q_a - 40^{\mathrm{o}}\mathrm{C}$, reprezintă depăşirea temperaturii de $40^{\mathrm{o}}\mathrm{C}$;

$q_{\infty} = q_{max}$;

$a = \dfrac{p_c}{p_{vn}} = (0{,}3...1)$, reprezintă raportul dintre pierderile totale de putere constante şi pierderile variabile corespunzătoare încărcării nominale.

Dacă puterea $P_m^{'}$ obținută este mai mică decât cea necesară acționării, se alege un motor de putere nominală superioară şi se verifică din nou relația (3.3.44).

Dacă pentru motorul astfel ales se schimbă condițiile de răcire, adică $q_a < 40^{o}\text{C}$, β devine supraunitar, iar relația (3.3.44) permite calculul puterii până la care poate fi încărcat motorul, $P_m^{''}$, respectiv calculul supraîncărcării:

$$\Delta P = P_m^{''} - P_m^{'} . \tag{3.3.46}$$

În cazurile practice, când $q_a > 40^{o}\text{C}$ şi când se cunoaşte P_s (indicată de constructor sau calculată pe baza unor relații empirice ori a unor caracteristici tehnice ale procesului tehnologic), în locul relației (3.3.44) se poate utiliza relația:

$$P_m^{'} = \frac{P_s}{1{,}7 - 0{,}02 q_a} . \tag{3.3.47}$$

În acest caz se va alege un MEA având puterea nominală egală cu $P_m^{'}$ sau cu valoarea standardizată imediat superioară, fără verificare termică.

b) *Alegerea puterii motoarelor electrice pentru acționarea maşinilor de lucru funcționând cu sarcini constante de scurtă durată.*

Din această categorie fac parte motoarele electrice care funcționează în serviciul S2, acționând lanțuri cinematice auxiliare ale maşinilor–unelte (de deplasare rapidă, de reglare, de strângere) sau mecanisme auxiliare la laminoare, în sistemul de acționare al ecluzelor, la aparatele electrice de bucătărie etc.

Dacă nu se dispune de motoare special construite pentru funcționarea în acest serviciu, este necesară determinarea puterii motorului electric prin reducerea sarcinii temporare din serviciul de scurtă durată, P_{S2}, la o sarcină echivalentă constantă în timp, corespunzător unui serviciu continuu, $P_{S1} < P_{S2}$, cu condiția ca ambele sarcini să determine pe durata serviciului respectiv aceeaşi q_{max} (Fig. 3.3.10). Legătura dintre cele două temperaturi de regim este:

$$q_{max} = q_{\infty}\left(1 - e^{-\frac{t_l}{T}}\right) , \tag{3.3.48}$$

unde

q_{∞} este temperatura de regim staționar la sarcina P_{S2};

t_l reprezintă timpul de lucru la sarcina P_{S2};

T este constanta termică a încălzirii.

Se defineşte un coeficient de suprasarcină termică:

$$a_t = \frac{q_{\infty}}{q_{max}} = \frac{1}{1 - e^{-\frac{t_l}{T}}} > 1 . \tag{3.3.49}$$

Dacă se cunoaşte sau se impune a_t, se poate determina durata de lucru maxim admisibilă la puterea P_{S2}:

$$t_l^{cal} = T \ln \frac{a_t}{a_t - 1} = 2{,}3 \cdot T \log \frac{a_t}{a_t - 1}. \qquad (3.3.50)$$

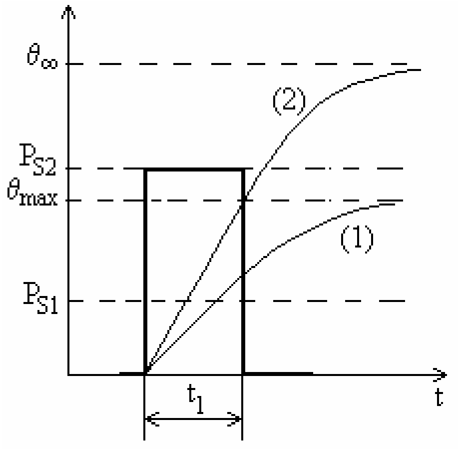


Fig. 3.3.10

Cum temperaturile de regim staţionar sunt proporţionale cu pierderile, relaţia (3.3.49) se mai poate scrie sub forma:

$$a_t = \frac{q_\infty}{q_{\max}} = \frac{p_{S2}}{p_{S1}}, \qquad (3.3.51)$$

în care p_{S1} şi p_{S2} reprezintă pierderile totale ale motorului în regimul de sarcină P_{S1}, respectiv P_{S2}.

Ţinând seama că pierderile variabile cu încărcarea în regimul cu P_{S2} sunt proporţionale cu pătratul curentului absorbit şi raportându-le la încărcarea nominală, relaţia (3.3.51) devine

$$a_t = \frac{p_c + p_{vn}\left(\frac{P_{S2}}{P_{S1}}\right)^2}{p_c + p_{vn}} = \frac{a + a_M^2}{a + 1}, \qquad (3.3.52)$$

unde $a_M = \frac{P_{S2}}{P_{S1}} > 1$, reprezintă coeficientul de suprasarcină mecanică al motorului, iar a are semnificaţia din relaţia (3.3.45).

Algoritmul de determinare a puterii motoarelor electrice din această categorie este următorul:

1) Se alege un motor cu $P_n = P_{S1} < P_{S2}$, impunând astfel valoarea coeficientului de suprasarcină mecanică a_M.

2) Cunoscând sau apreciind coeficientul a, se calculează cu relaţia (3.3.52) coeficientul de suprasarcină termică a_t.

3) Se calculează cu relaţia (3.3.50) durata de lucru maxim admisibilă. Dacă aceasta este mai mică decât cea impusă de procesul tehnologic, se reia algoritmul alegându-se o putere nominală imediat superioară celei anterioare.

Dacă durata de lucru este foarte scurtă ($t_l \le 0{,}1T$), se poate renunţa la calculul termic, evaluând puterea motorului cu relaţia:

$$P_m = \frac{P_S}{0{,}85\, l}, \qquad (3.3.53)$$

şi alegând un motor de putere nominală $P_n \ge P_m$.

În relaţia (3.3.53) $l = M_{\max} / M_n$ reprezintă capacitatea de supraîncărcare a motorului.

Coeficientul 0,85 asigură funcţionarea motorului la eventuale variaţii negative ale tensiunii, care influenţează valoarea cuplului.

Dacă motorul este ales pentru a funcţiona în serviciul S2 cu puterea P_{S2} un interval de timp t_l şi datorită necesităţilor procesului tehnologic trebuie să funcţioneze un timp $t_l^{'}$, se poate determina puterea $P_{S2}^{'}$ corespunzătoare acestui serviciu, punând condiţia ca în ambele situaţii temperatura atinsă la sfârşitul intervalului de lucru să fie $q_{\max}$. Relaţiile corespunzătoare sunt:

$$q_{\max} = q_{\infty}\left(1 - e^{-\frac{t_l}{T}}\right) \quad (3.3.54)$$

şi

$$q_{\max} = q_{\infty}^{'}\left(1 - e^{-\frac{t_l^{'}}{T}}\right), \quad (3.3.55)$$

unde q_{∞} şi $q_{\infty}^{'}$ reprezintă temperaturile de regim staționar corespunzătoare sarcinilor P_{S2}, respectiv $P_{S2}^{'}$ şi care sunt proporționale cu pierderile p_{S2}, respectiv $p_{S2}^{'}$. Rezultă deci că:

$$\frac{q_{\infty}}{q_{\infty}^{'}} = \frac{1 - e^{-\frac{t_l^{'}}{T}}}{1 - e^{-\frac{t_l}{T}}} = \frac{p_{S2}}{p_{S2}^{'}}, \quad (3.3.56)$$

de unde se exprimă pierderile $p_{S2}^{'}$:

$$p_{S2}^{'} = p_{S2}\frac{1 - e^{-\frac{t_l}{T}}}{1 - e^{-\frac{t_l^{'}}{T}}}. \quad (3.3.57)$$

Dacă se cunoaşte randamentul motorului corespunzător acestor pierderi, puterea căutată este:

$$P_{S2}^{'} = p_{S2}^{'}\frac{h}{1-h}. \quad (3.3.58)$$

c) *Alegerea puterii motoarelor electrice pentru acționarea maşinilor de lucru funcționând cu sarcini de durată variabile în timp.*

Din această categorie fac parte motoarele care funcționează după o diagramă de sarcină ca cea din figura 3.3.11 şi care se repetă ciclic, durata ciclului fiind $t_c = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5$.

Alegerea puterii motorului electric constă în determinarea puterii nominale care să-i permită acționarea maşinii de lucru în serviciu continuu, conform diagramei de sarcină, fără a fi suprasolicitat termic sau insuficient utilizat. Se pot întâlni următoarele situații:

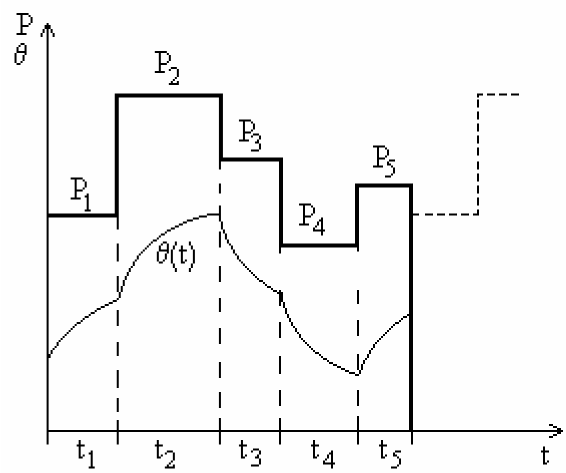


Fig. 3.3.11

1) Variațiile de sarcină sunt de 2030 % în jurul unei valorii medii P_{med}. În acest caz se alege un MEA de putere:

$$P_n \geq P_{med}, \quad (3.3.59)$$

fără verificare termică.

2) Dacă variațiile de sarcină sunt mai importante, se poate alege inițial, după catalog, un motor electric cu puterea:

$$P_n \geq P_m = k\frac{P_1 t_1 + \ldots + P_q t_q}{t_1 + \ldots + t_q}, \tag{3.3.60}$$

unde k =1,1…1,6 este un coeficient de supradimensionare.

Motorul astfel ales se verifică la încălzire prin una din următoarele metode: metoda pierderilor medii, metoda curentului echivalent, metoda cuplului sau a puterii echivalente.

c1) Metoda pierderilor medii este cea mai exactă metodă, bazată pe condiția, realizată practic, că în regim stabilizat, la începutul sau sfârşitul unui ciclu, temperatura este egală cu cea medie pe ciclu, dacă $t_c < T < 10$ min. Dacă motorul funcționează după graficul de sarcină din figura 3.3.11, pe diferitele intervale ale ciclului variația temperaturilor este dată de relațiile:

$$\begin{aligned} &q_1(t) = q_0 e^{-\frac{t_1}{T}} + q_{1\infty}\left(1 - e^{-\frac{t_1}{T}}\right), \qquad q_{1\infty} = \frac{p_1}{A} \\ &\vdots \\ &q_q(t) = q_{q-1} e^{-\frac{t_q}{T}} + q_{q\infty}\left(1 - e^{-\frac{t_q}{T}}\right), \qquad q_{q\infty} = \frac{p_q}{A}, \end{aligned} \tag{3.3.61}$$

unde

q_0 este supratemperatura motorului la începutul ciclului;

p_k, k=1,…q, reprezintă pierderile de putere în intervalele de timp t_k în care motorul funcționează la puterile P_k.

Se consideră că valoarea medie a supratemperaturii pe ciclu este determinată de o pierdere medie echivalentă de putere p_e, corespunzătoare puterii nominale a motorului. În ipoteza că motorul electric ar funcționa în serviciul continuu S1 cu o sarcină constantă un interval de timp $t_\infty > (3...4)T$, cu pierderile p_e, temperatura maximă atinsă în regim staționar va fi:

$$q_{\max} = q_0 e^{-\frac{t_\infty}{T}} + q_\infty\left(1 - e^{-\frac{t_\infty}{T}}\right), \qquad q_\infty = \frac{p_e}{A}. \tag{3.3.62}$$

Dacă motorul este ales corect, la sfârşitul intervalului t_q $q_q \leq q_{\max}$, adică:

$$q_0 e^{-\frac{t_\infty}{T}} + \frac{p_0}{A}\left(1 - e^{-\frac{t_\infty}{T}}\right) = q_{q-1} e^{-\frac{t_q}{T}} + \frac{p_q}{A}\left(1 - e^{-\frac{t_q}{T}}\right). \tag{3.3.63}$$

Dacă timpul de funcționare în serviciul ciclic este acelaşi cu timpul de funcționare în serviciul echivalent continuu

$$t_\infty = \sum_{k=1}^{q} t_k \tag{3.3.64}$$

şi dacă se înlocuieşte în relația (3.3.63) q_{q-1} cu valoarea sa din relația anterioară în care se înlocuieşte q_{q-2}, ş.a.m.d., după care se dezvoltă termenii în $e^{-\frac{t_k}{T}}$, reținându-se primii doi termeni ai seriei, se obține:

$$p_e t_\infty = p_1 t_1 + p_2 t_2 + \ldots + p_q t_q, \tag{3.3.65}$$

din care rezultă

$$p_e = \frac{p_1 t_1 + p_2 t_2 + \ldots + p_q t_q}{t_\infty} = \frac{\sum_{k=1}^{q} p_k t_k}{\sum_{k=1}^{q} t_k}. \tag{3.3.66}$$

Algoritmul de aplicare a metodei:

1) Se alege inițial, pe baza diagramei de sarcină, un motor cu puterea nominală calculată cu relația (3.3.60), sau se poate estima această putere cu relația:

$$P_n \geq (1{,}1 \ldots 1{,}5) P_{med}. \tag{3.3.67}$$

Coeficientul de majorare va fi cu atât mai mare, cu cât graficul de sarcină este mai neregulat.

2) Se determină randamentul motorului în funcție de puterea utilă: $h = f(P)$ şi randamentele h_k pe intervalele t_k : $h_k = f(P_k)$.

3) Se calculează pierderile p_k corespunzătoare puterilor P_k cu relația:

$$p_k = \frac{P_k (1 - h_k)}{h_k}. \tag{3.3.68}$$

4) Se calculează pierderile echivalente medii p_e cu relația (3.3.66) şi se verifică:

$$p_e \leq p_n, \tag{3.3.69}$$

p_n fiind pierderile totale nominale ale motorului ales.

Dacă relația (3.3.69) nu este satisfăcută, se alege un motor de putere nominală standardizată imediat superioară şi se reia algoritmul.

Metoda se utilizează mai ales în cazul motoarelor cu caracteristică mecanică dură (cu turație practic constantă), mai ales în cazul motoarelor asincrone cu rotorul în colivie dublă sau cu bare înalte.

c2) Metoda curentului echivalent.

Ținând seama că pierderile totale au o componentă constantă şi una variabilă cu sarcina, de forma RI_k^2, relația (3.3.66) devine:

$$p_c + p_{ve} = \frac{\sum_{k=1}^{q} (p_c + p_{vk}) t_k}{\sum_{k=1}^{q} t_k}, \tag{3.3.70}$$

din care rezultă

$$p_{ve} = \frac{\sum_{k=1}^{q} p_{vk} t_k}{\sum_{k=1}^{q} t_k}, \tag{3.3.71}$$

sau prelucrând mai departe se obține:

$$I_e = \sqrt{\frac{I_1^2 t_1 + ... + I_q^2 t_q}{t_1 + ... + t_q}} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{q} I_k^2 t_k}{\sum_{k=1}^{q} t_k}} . \quad (3.3.72)$$

Curentul echivalent I_e este curentul constant care produce într-un ciclu aceleaşi pierderi ca şi curenții $I_1,\ldots,I_q$ şi pentru care motorul funcționând în serviciu continuu nu va depăşi $q_{\max}$.

Condiția pe baza căreia se alege MEA este ca valoarea curentului echivalent să fie cât mai apropiată de cea a curentului nominal al motorului:

$$I_e \le I_n . \quad (3.3.73)$$

Relația între curenți implică relația între puteri:

$$P_n \ge P_e . \quad (3.3.74)$$

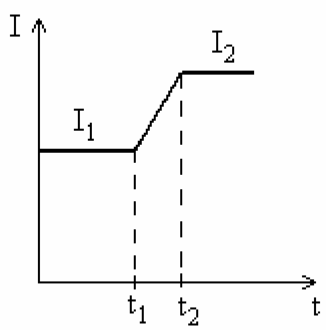


Fig. 3.3.12

în care P_e este puterea echivalentă calculată cu valoarea I_e, iar P_n este puterea nominală standardizată a motorului ales.

Metoda poate fi utilizată în condițiile în care pierderile în fier şi mecanice rămân constante, iar variația sarcinii se produce în timp foarte scurt.

Dacă în diagramele de sarcină, pe anumite intervale de timp, sarcina motorului variază liniar, (Fig. 3.3.12) curentul corespunzător acestui interval se calculează cu relația:

$$I_{1,2}^2 = \frac{I_1^2 + I_1 I_2 + I_2^2}{3} . \quad (3.3.75)$$

Pentru o diagramă de sarcină ca cea din figura 3.3.13, care cuprinde pe lângă intervalele de funcționare în sarcină constantă, intervale de pornire, frânare, pauze, trebuie să se țină seama de înrăutățirea condițiilor de răcire (prin reducerea turației schimbul de căldură cu mediul înconjurător se face mai greu).

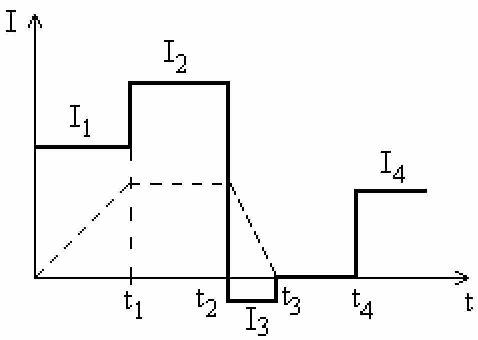


Fig. 3.3.13

Indiferent de metoda de verificare termică trebuie să se țină seama de acest aspect. Operând corecțiile necesare, relația decalcul a curentului echivalent devine:

$$I_e = \sqrt{\frac{\sum I_a^2 t_a}{\sum t_{ac} + b \sum t_0 + b' \sum (t_p + t_f)}} , \quad (3.3.76)$$

unde

t_a reprezintă timpii corespunzători intervalelor active, inclusiv perioadele de pornire şi frânare;

t_{ac} – perioadele active sub turație constantă;

t_0 – perioadele de oprire;

t_p, t_f –perioadele de pornire şi frânare;

I_a – intensitățile curenților în perioadele active;

β - factor de înrăutățire a condițiilor de răcire depinzând de tipul constructiv al motorului (Tabel 3.1);

$$b' = \frac{1 + b}{2} .$$

Tabel 3.1

Tipul motorului	
Închis, fără ventilație	0,95 – 0,98
Închis, cu răcire independentă	0,95 – 1,00
Închis, cu ventilație exterioară proprie	0,45 – 0,55
Protejat, cu ventilație interioară proprie	0,25 – 0,35

Aplicarea metodei pierderilor medii necesită cunoaşterea relației dintre sarcină şi curentul absorbit.

c3) Metoda cuplului şi puterii echivalente.

În practică, de cele mai multe ori diagrama de încărcare a maşinii de lucru este dată sub forma $M_r = f(t)$. În această situație, la motoarele electrice cu caracteristică mecanică dură, al căror cuplu electromagnetic este direct proporțional cu curentul rotoric (la: motoarele de c.c. cu excitație derivație, motoarele asincrone încărcate în apropierea puterii nominale, motoarele sincrone), în locul curentului echivalent se poate folosi cuplul echivalent:

$$M_e = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{q} M_k t_k}{\sum_{k=1}^{q} t_k}}\,. \qquad (3.3.77)$$

Puterea medie echivalentă se poate determina cu relațiile:

$$P_e = kM_e n_n, \qquad (3.3.78)$$

sau

$$P_e = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{q} P_k t_k}{\sum_{k=1}^{q} t_k}}\,, \qquad (3.3.79)$$

unde k este un factor de proporționalitate depinzând de unitățile de măsură folosite. Se verifică apoi satisfacerea cât mai aproape de egalitate a condițiilor:

$$M_n \geq M_e, \qquad (3.3.80)$$

$$P_n \geq P_e. \qquad (3.3.81)$$

Metoda puterii echivalente este foarte comodă deoarece puterile necesare pentru executarea diferitelor prelucrări pe maşinile-unelte se determină uşor.

Observații:

1. Pentru diagrama de sarcină de tipul celei din figura 3.3.12, relațiile de calcul ale $M_{1,2}^2$ şi $P_{1,2}^2$ sunt similare relației (3.3.75), iar pentru diagrame de tipul celei din figura 3.3.13, M_e respectiv P_e se obțin cu relații similare cu relația (3.3.76).

2. Dacă diagrama de sarcină $I(t)$, $M(t)$ sau $P(t)$ prezintă variații mari, existând pericolul depăşirii încălzirii admisibile $(q_{\max})$ se impune verificarea termică. Pentru aceasta se determină încălzirea motorului ales la sfârşitul fiecărui interval din diagrama de sarcină, folosind relația generală:

$$q_k = q_{k-1} e^{-\frac{t_k}{T}} + q_{k\infty}\left(1 - e^{-\frac{t_k}{T}}\right). \qquad (3.3.82)$$

Temperatura de regim staționar $q_{k\infty}$ pentru o sarcină oarecare P_k se poate calcula în funcție de pierderile totale de putere p_k corespunzătoare (relația 3.3.61).

Pierderile p_k se pot obține în funcție de randamentul h_k al motorului la sarcina P_k, cu relația:

$$p_k = P_k \frac{1-h_k}{h_k}, \qquad (3.3.83)$$

sau, dacă nu se cunoaşte h_k, cu relația:

$$p_k = p_c + p_{vn} b^2, \qquad (3.3.84)$$

unde

p_c reprezintă pierderile constante ale maşinii (pierderile în fier plus cele mecanice la motoarele cu caracteristică rigidă);

p_{vn} – pierderile variabile la sarcină nominală;

$b = \dfrac{P_k}{P_n}$ - gradul de încărcare a motorului.

Verificarea termică nu este necesară dacă intervalele de suprasarcină urmează unor intervale mari de sarcină redusă, iar durata suprasarcinii este mică în raport cu constanta de timp a încălzirii.

d) *Alegerea puterii motoarelor electrice pentru acționarea maşinilor de lucru funcționând în regim intermitent.*

Din această categorie fac parte motoarele electrice care acționează mecanisme de ridicat sau maşini-unelte la care sarcina se aplică sau se elimină prin intermediul unui cuplaj.

În figurile (3.3.14), (3.3.15), (3.3.16), se prezintă diagrame de sarcină caracteristice regimului intermitent (cu sarcină variabilă în timp sau constantă).

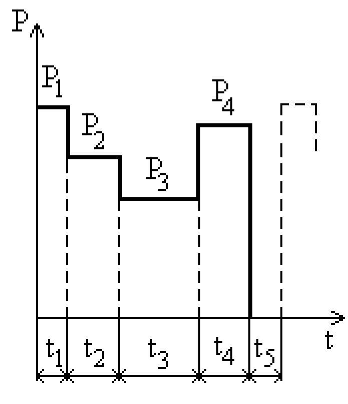


Fig. 3.3.14

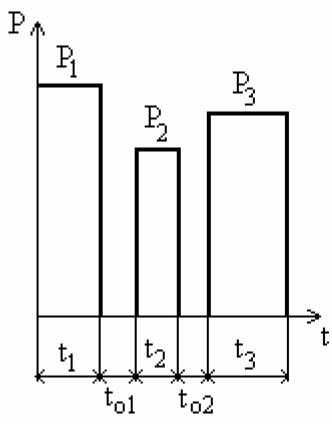


Fig. 3.3.15

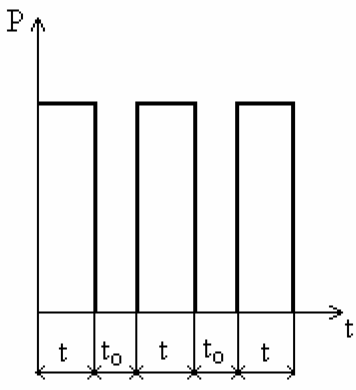


Fig. 3.3.16

Datorită numărului mare de porniri şi opriri, în majoritatea cazurilor alegerea puterii motoarelor funcționând în regim intermitent se bazează pe formula pierderilor medii cu corecțiile corespunzătoare pentru perioadele de pornire şi frânare:

$$p_e = \frac{\sum p_l t_l + \sum p_p t_p + \sum p_f t_f}{t_l + b \sum t_o + b' \sum (t_p + t_f)}, \tag{3.3.85}$$

unde

t_l, t_o, t_p, t_f reprezintă duratele perioadelor de lucru, de oprire, de pornire, de frânare;

p_l, p_p, p_f sunt pierderile totale de putere în intervalele de lucru, de pornire, de frânare.

Motoarele pentru funcționarea în regim intermitent sunt de construcție specială şi la alegerea lor este necesar să se verifice durata relativă de acționare, egală cu raportul dintre durata de funcționare şi durata totală a ciclului:

$$d_a = \frac{t_l}{t_l + t_o} 100 \ \ [\%], \tag{3.3.86}$$

sau aplicând corecția pentru perioada de oprire:

$$d_a = \frac{t_l}{t_l + b\ t_o} 100 \ \ [\%]. \tag{3.3.87}$$

Dacă durata relativă de acționare d_a calculată, diferă de valorile standardizate, d_{as}, se recalculează puterea motorului ales:

$$P_m = P_n \sqrt{\frac{d_{as}}{d_a}}. \tag{3.3.88}$$

După un timp mai îndelungat de funcționare, se stabileşte un regim termic $q_{\max}$, în care creşterea temperaturii în perioada de lucru este egală cu scăderea ei în timpul pauzei. Dacă motorul va funcționa în regim continuu cu sarcina P, la echilibru termic el va atinge temperatura q_{∞}. Relația dintre cele două temperaturi este:

$$q_{\max} = q_{\infty} \frac{1 - e^{-\frac{t_l}{T}}}{1 - e^{-\frac{t_l + b\ t_o}{T}}} \tag{3.3.89}$$

şi permite să se verifice dacă un motor având în regim de durată puterea $P_n < P_s$ şi lucrând în regim intermitent cu sarcina p_s rămâne în limite admisibile de încălzire.

În cazul acționărilor cu porniri dese antrenate cu motoare asincrone cu rotorul în scurtcircuit şi pornire directă, la care curenții de pornire şi de frânare în contracurent au valori mari, se produc încălziri suplimentare ale motorului.

În această situație trebuie verificată frecvența admisibilă a conectărilor pentru ca încălzirea maşinii să nu depăşească pe cea maxim admisibilă.

Numărul orar admisibil de conectări se poate determina cu relația:

$$n_{c\max} = 3600 \frac{p_n \left(b(1 - d_a\right) - p d_a}{0{,}97(W_p + W_f)}, \tag{3.3.90}$$

unde

p reprezintă pierderile la sarcina P;

W_p, W_f sunt pierderile totale de energie [J], în timpul unei porniri, respectiv frânări;
d_a este durata relativă de acționare.

Dacă numărul real de conectări în regimul intermitent de funcționare calculat cu relația:

$$n_c = \frac{3600}{t_c}, \tag{3.3.91}$$

unde t_c reprezintă durata ciclului în secunde, este mai mic cel mult egal cu $n_{c\max}$, motorul este bine ales.

Dacă nu, se va alege un motor de putere mai mare pentru care se refac calculele.
Odată stabilită P_n a MEA mai este necesară efectuarea următoarelor verificări:

1. *Pentru motoarele de c.c* – verificarea la suprasarcina de curent:

$$I_n \geq \frac{I_{\max}}{l_i}, \tag{3.3.92}$$

unde

I_{max} reprezintă valoarea maximă a curentului din diagrama de sarcină;
λ_i=2,…3 reprezintă suprasarcina relativă de curent.
Dacă relația (3.3.92) nu este satisfăcută, se alege P_n imediat superioară.

2. *Pentru motoarele de c.a.* – verificarea curenților statorici (I_1) și rotorici (I_2):

$$I_1 \leq I_{1n},$$
$$I_2 \leq I_{2n}. \tag{3.3.93}$$

Dacă relațiile (3.3.93) nu sunt satisfăcute, se alege P_n imediat superioară.

e) *Alegerea puterii motoarelor electrice pentru acționarea mașinilor de lucru cu sarcini variabile periodic, cu considerarea pierderilor din regimurile electromecanice nestaționare.*

Motoarele electrice funcționând în serviciile S4, S5, S7 și S8, pun probleme deosebite în alegerea puterii nominale, datorită faptului că pierderile care intervin în procesele termice sunt substanțial majorate de cele corespunzătoare diferitelor regimuri electromecanice nestaționare.

Presupunem diagrama de sarcină a unei mașini de lucru cu serviciu neîntrerupt periodic cu intervalele de funcționare la viteză unghiulară constantă t_{l1} și t_{l2} și intervalele de inversare t_{i1} și t_{i2}.

În intervalele de lucru pierderile au valorile:

$$p_1 = p_c + p_{v1} \tag{3.3.94}$$

și

$$p_2 = p_c + p_{v2}. \tag{3.3.95}$$

În intervalele de inversare, pierderile de putere sunt funcție de timp $p_{i1}(t)$ și $p_{i2}(t)$.

Pierderile medii pe ciclu vor fi:

$$p_c = \frac{1}{t_c}\left[p_1 t_{l1} + p_2 t_{l2} + \int_0^{t_{i1}} p_{i1}(t)\mathrm{d}t + \int_0^{t_{i2}} p_{i2}(t)\mathrm{d}t\right] = \frac{1}{t_c}\left[p_1 t_{l1} + p_2 t_{l2} + Q_{i1} + Q_{i2}\right]. \tag{3.3.96}$$

Căldura Q_{i1} respectiv Q_{i2} degajată în t_{i1} respectiv t_{i2} se poate calcula relativ ușor pentru motoarele asincrone cu rotorul bobinat sau in colivie simplă, cât și pentru cele de c.c cu excitație derivație și flux de excitație constant.

La inversarea unui motor electric asincron în gol de la Ω_0 la $-\Omega_0$, căldura degajată se poate calcula cu relația:

$$Q_0 = 4\frac{1}{2}J_{mt}\Omega_0^2\left(1+\frac{R_1}{R_2^{'}}\right), \tag{3.3.97}$$

unde

J_{mt} reprezintă momentul axial total de inerție redus la arborele motorului;

R_1, $R_2^{'}$ - rezistența înfăşurării statorice, respectiv a celei rotorice raportată la stator.

Relații analoage se obțin pentru pornirea şi frânarea pe cale electrică. Condiția de alegere corectă a motorului este:

$$P_e \leq P_n. \tag{3.3.98}$$

Dacă motorul funcționează în gol în ambele sensuri, fără a fi cuplat cu un volant:

$$p_1 = p_2 = p_c \tag{3.3.99}$$

şi

$$Q_{i1} = Q_{i2} = Q_c, \tag{3.3.100}$$

iar pierderile totale medii sunt:

$$p_e = \frac{1}{t_c}\left(p_c t_c + 2Q_c\right). \tag{3.3.101}$$

Numărul de conectări maxim admisibil în gol este dat de relația:

$$h_c = \frac{2}{t_c} = \frac{p_e - p_c}{Q_c}. \tag{3.3.102}$$

3.3.6.5. Verificări netermice la alegerea motoarelor electrice

În afara condițiilor de încălzire, motoarele electrice de acționare mai trebuie verificate suplimentar la anumiți parametri mecanici, care se referă la capacitatea de supraîncărcare şi la cuplul de pornire.

1. Dacă în timpul funcționării sale , antrenând o maşină de lucru cu un cuplu de sarcină de variație cunoscută, motorul trebuie să dezvolte o valoare maximă M_{max} a cuplului, această valoare trebuie să satisfacă inegalitatea:

$$M_{max} < \lambda M_n, \tag{3.3.103}$$

unde λ este capacitatea de supraîncărcare.

Ținând seama şi de posibilitatea reducerii tensiunii de alimentare a motorului care atrage o reducere corespunzătoare a cuplului electromagnetic, relația (3.3.103) devine:

$$M_{\max} \leq 0{,}85\; l\; M_n. \tag{3.3.104}$$

2. Verificarea cuplului de pornire este necesară pentru a şti dacă sistemul de acționare poate fi antrenat. Notând cu M_{sp} cuplul static rezistent la pornire şi cu M_p cuplul de pornire al motorului, se verifică inegalitatea:

$$M_p > M_{sp}. \tag{3.3.105}$$

Când cuplul de pornire al motorului se dă prin valoarea sa relativă: $m_p = M_p/M_n$, relația (3.3.105) ia forma:

$$m_p \cdot M_n > M_{sp}. \tag{3.3.106}$$

Dacă condițiile de ordin mecanic nu sunt satisfăcute, atunci se alege un motor cu o putere mai mare, chiar dacă din punct de vedere termic cel anterior satisface condițiile impuse.

În tabelul 3.2 se dau valorile lui λ şi m_p pentru tipurile uzuale de motoare.

Tabel 3.2

Tipul motorului	Particularități constructive	$m_p = \frac{M_p}{M_n}$	$l = \frac{M_{max}}{M_n}$	$l_I = \frac{I_{max}}{I_n}$
Asincron trifazat	În scurtcircuit, cu colivie simplă şi pornire directă	0,6-0,75	1,6-2,2	-
	În scurtcircuit, cu colivie simplă şi pornire stea-triunghi	0,2-0,25	1,6-2,2	-
	În dublă colivie sau cu bare înalte	1,1-1,5	1,8-2,7	-
	Cu rotorul bobinat	-	2-2,5	-
Sincron		0,2-0,3	2,5-3 în cazuri speciale 3-4	-
Curent continuu	Excitație derivație	1,8-2,5	2-3	2-3
	Excitație serie	2-3	2,5-3,5	2-3
	Excitație mixtă	-	3,5-5	2,5-3

CAP. 4. REGIMURI DE FUNCȚIONARE A INSTALAȚIILOR ELECTROENERGETICE

NOȚIUNI FUNDAMENTALE

1. SISTEM ENERGETIC (SE) – Totalitatea instalațiilor care extrag energia primară, o transportă, o transformă, o distribuie în teritoriu şi la consumatori şi o utilizează la receptoarele energetice.
2. SISTEM ELECTROENERGETIC (SEE) – Totalitatea instalațiilor care “produc”, transportă, transformă, distribuie şi utilizează energia electrică la consumatorii electrici şi la receptoare.
3. RECEPTOR ELECTRIC – Un aparat care fiind alimentat cu energie electrică, o transformă în altă formă de energie, utilizabilă local.
4. CONSUMATOR ELECTRIC (C) – Un complex de instalații electrice definite geografic, care fiind alimentate cu energie electrică de la rețeaua publică, o distribuie şi o utilizează în incinta proprie.
5. GENERATOR ELECTRIC (PRODUCĂTOR, SURSĂ) (G,S) – Totalitatea instalațiilor electrice care “produc” energie electrică prin transformarea uneia sau mai multor forme de energie primară.
6. REȚEA ELECTRICĂ (RE) – Totalitatea instalațiilor electroenergetice care preiau energia electrică de la centralele electrice, o transportă, o transformă şi o distribuie consumatorilor în teritoriu.
7. LINIE ELECTRICĂ (LE) – Instalația electroenergetică, galvanică, care transportă sau distribuie energia electrică la aceeaşi tensiune nominală.
8. STAȚIE DE TRANSFORMARE (ELECTRICĂ) (ST) – Complex de instalații electroenergetice construite în jurul unor transformatoare electrice de putere, care modifică mărimile de stare electrică (tensiunea electrică (U) şi intensitatea curentului (I)), conservând puterea aparentă (S).
9. TENSIUNE NOMINALĂ – Este o mărime convențională, numeric egală cu modulul tensiunii.
10. SARCINA ELECTROENERGETICĂ – Puterea (activă, reactivă, aparentă) cerută (sau “consumată”) de un consumator.
11. MĂRIMI DE STARE ELECTROENERGETICĂ – Sunt tensiunea electrică dintr-un punct al sistemului electroenergetic şi intensitatea locală a curentului electric.
12. PARAMETRII ELECTRICI – Se definesc şi se calculează pentru instalațiile electrice construite şi cuprind:
    - rezistența electrică;
    - inductivitatea;
    - capacitatea electrică;
    - conductanța electrică.
13. CĂDERE DE TENSIUNE – Mărime ce caracterizează rețeaua electrică reprezentând o măsură (algebrică sau fazorială) a modificării tensiunii între diferite puncte ale RE legate galvanic între ele.
14. PIERDERE DE PUTERE – Mărime ce caracterizează transferul energiei electrice prin elementele SEE, reprezentând o măsură a randamentului electroenergetic al instalațiilor electrice.
15. CONSUM PROPRIU TEHNOLOGIC – Expresie a pierderilor de putere (şi energie) în instalațiile furnizorului de energie electrică.
16. FURNIZORUL DE ENERGIE ELECTRICĂ – Societatea economică care produce energia electrică sau o transportă şi distribuie consumatorilor electrici.

17. BENEFICIAR – Societatea sau comunitatea care utilizează energia electrică preluată de la furnizor.
18. REGIM DE FUNCȚIONARE – Modul în care un receptor sau consumator funcționează în timp din punctul de vedere al sarcinii cerute.
19. CAPACITATE DE TRANSPORT – Puterea electrică pe care instalația electrică analizată o poate transfera în condiții normale de funcționare (se referă în special la linii electrice şi la stații de transformare).
20. SISTEMUL ELECTROENERGETIC NAȚIONAL (SEN).

OBSERVAȚII:

1. Transformatoarele electrice de putere leagă între ele linii electrice şi rețele electrice de diferite tensiuni nominale, păstrând natura electrică a proceselor şi fenomenelor.
2. *Rețeaua electrică* este o instalație electrică complexă, formată din *linii electrice* şi *transformatoare de putere* sau într-un sens mai strict, părți ale transformatoarelor (câte o înfăşurare).
3. Topologic, rețeaua electrică e formată din linii electrice şi transformatoare (ca *laturi* ale RE) şi barele colectoare din stațiile de transformare (ca *noduri* ale RE).
4. RE poate avea una sau mai multe tensiuni nominale (în cazul RE cu transformatoare).
5. *Consumatorul electric* poate cuprinde unul sau mai multe *receptoare, rețelele electrice de distribuție, surse proprii* şi alte instalații electrice.
6. *Rețeaua electrică* poate fi imaginată prin *planuri orizontale* suprapuse care acoperă teritoriul, formate din linii electrice şi barele colectoare ale stațiilor electrice, şi *legături verticale*, realizate de transformatoarele electrice de putere între sisteme de bare de diferite tensiuni nominale.
7. *Sistemul electroenergetic* este o extindere a *rețelei electrice* cu *generatoarele electrice* şi cu *receptoarele electrice* (sau, în general, cu instalațiile consumatorilor).
   Limitele fizice ale SEE sunt: arborele turbinei de antrenare a generatorului electric şi arborele motorului de antrenare de la consumator.
   În calculele de sisteme electroenergetice sunt considerate şi ecuațiile de legătură electromecanică ale acestor arbori limită.
   În calculele de rețele electrice nu apar decât mărimi electrice şi ecuații electromagnetice.
8. Sintagmele ”producător de energie electrică” şi ”consumator de energie electrică” sunt tolerate, deoarece în sistemele fizice izolate, legea conservării şi transformării energiei dovedeşte imposibilitatea creării sau pierderii de energie.

4.1. MODELAREA ELEMENTELOR COMPONENTE ALE SISTEMULUI ELECTROENERGETIC

4.1.1. Ipoteze de lucru

În calculele de rețele electrice se folosesc modele fizice sau matematice mai simple sau mai complexe în funcție de cantitatea de informații inițiale disponibile, de precizia cerută şi de timpul de calcul disponibil.

Modelarea se face, în ultimă analiză, prin sisteme de ecuații care descriu funcționarea instalațiilor electroenergetice şi alte procese şi fenomene electromagnetice.

Pentru cazul rețelelor de distribuție a energiei electrice, în mod curent pentru regimuri staționare de funcționare, se acceptă următoarele ipoteze simplificatoare:

1. Toate undele de tensiune electromagnetică produse de grupurile centralelor electrice din SEN sunt perfect sinusoidale, simetrice (în sistem trifazat) şi echilibrate.
2. Toate instalațiile electroenergetice sunt construite simetric sau sunt simetrizate şi echilibrate pe toate fazele.

3. Calculul regimurilor permanente de funcționare a rețelelor se face pentru o situație de moment dat, fără a se urmări, într-o primă aproximare, evoluția în timp a proceselor.
4. Rețeaua electrică, în ansamblul ei are parametrii electrici constanți (nu evoluează în timp).
5. Transformatoarele de putere funcționează pe partea liniară a caracteristicii de magnetizare a miezului de fier, încărcarea lor fiind în general redusă, iar regimul deformant nu este prea mare.
6. În ansamblu, se poate considera rețeaua electrică liniară.

4.1.2. Modelarea generatoarelor

În calculele de rețele electrice, în special în cele de *regim permanent*, scopul principal fiind *determinarea circulației de curenți sau/şi de puteri*, nu se au în vedere regimurile tranzitorii, singurele care ar necesita folosirea ecuațiilor electromecanice de mişcare ale maşinilor electrice rotative şi funcționarea sistemelor de automatizare a instalațiilor electroenergetice.

Determinările sunt pentru un moment dat, în care se consideră realizată condiția generală de echilibru a SEE:

$$\sum \underline{S}_{generate} = \sum \underline{S}_{consumate} + \sum \Delta \underline{S}_{pierderi} \qquad (4.1.1)$$

Prin realizarea condiției de echilibru, se poate considera menținerea frecvenței sistemului la o valoare constantă şi egală cu valoarea sa nominală.

Dacă se adaugă condițiile generale (paragraful 4.1.1), rezultă o situație de exploatare idealizată (şi simplificată), care permite utilizarea unor modele simple pentru generatoarele electrice, după cum urmează:

a) modelul curent constant:

$$\begin{aligned} &\underline{J}_{generat} = ct. \\ &\underline{J}_{generat} = f(U_{borne}) \\ &\underline{J}_{generat} = AU_g^2 + BU_g + C \\ &etc. \end{aligned} \qquad (4.1.2)$$

în care *A*, *B*, *C* sunt constante predeterminate.

Modelul este folosit în calculele de regim armonic sau de scurtcircuit.

b) modelul tensiune electromotoare în spatele unei impedanțe cunoscute:

$$\begin{aligned} &\underline{E}_g = ct. \\ &\underline{Z}_g = ct. \\ &jX_g = ct. \text{ (se neglijează rezistențele interioare ale generatorului)} \end{aligned} \qquad (4.1.3)$$

Impedanța generatorului este de obicei impedanța sincronă.

c) modelul putere constantă:

$$\begin{aligned} &\underline{S}_g = ct. \\ &\underline{S}_g = f(U_{borne}), \end{aligned} \qquad (4.1.4)$$

unde $f(U_{borne})$ este o funcție polinomială cunoscută.

Acest model, destul de mult folosit, este prea pesimist, impunând condiții prea grele generatorului.

d) modelul putere şi tensiune constante:

$$P_g = ct.; \quad U_g = ct. \tag{4.1.5}$$

Este un model foarte mult folosit în practică, deoarece orice generator din SEE este dotat cu RAT (regulator automat de tensiune) şi RAV (regulator automat de viteză), care împreună pot menține, *la un moment dat*, valoarea puterii active, respectiv a tensiunii la bornele generatorului, constante.

Observație*:*

Pentru calculele reale de regimuri, modelele generatoarelor sunt mult mai complicate şi pot ajunge la seturi cu zeci de ecuații pentru un singur grup.

4.1.3. Modelarea consumatorilor

Pentru modelarea consumatorilor în regim permanent de funcționare se pot folosi mai multe tipuri de modele:

a) modelarea printr-un curent:

Forma curentului poate varia de la o constantă, până la o funcție polinomială variabilă în funcție de tensiune.

Câteva exemple:

$$\begin{aligned} \underline{i}_c &= ct. \\ \underline{i}_c &= AU^2 + BU + C \\ \underline{i}_c &= AU^2 + C \\ \underline{i}_c &= BU + C \end{aligned} \tag{4.1.6}$$

sau, în general

$$\underline{i}_c = f(U, f), \tag{4.1.7}$$

unde

f este frecvența curentului în momentul considerat;

U este valoarea efectivă a tensiunii din punctul de racord al consumatorului la un moment dat.

b) modelarea printr-o impedanță:

Valoarea impedanței este constantă sau variabilă cu tensiunea (eventual şi cu frecvența rețelei):

$$\begin{aligned} \underline{Z}_c &= \underline{Z}_c(U, f) \\ \underline{Z}_c &= a_2 U^2 + a_1 U + a_0, \quad \text{etc.} \end{aligned} \tag{4.1.8}$$

c) modelarea printr-o putere:

$$\underline{s}_c = ct., \quad \text{adică} \quad p_c = ct. \quad \text{şi} \quad q_c = ct. \tag{4.1.9}$$

unde p_c şi q_c sunt puterile activă şi reactivă la un moment dat ale consumatorului, sau, în general

$$\underline{s}_c = \underline{s}_c(U, f), \tag{4.1.10}$$

cu o expresie polinomială (numai în funcție de valoarea efectivă a tensiunii de alimentare *U*).

S-au făcut încercări de modelare mai precisă a marilor consumatori sub formă exponențială:

$$P_c = P_{c,n}\left(\frac{U}{U_n}\right)^{a_P}\left(\frac{f}{f_n}\right)^{b_P}$$
$$Q_c = Q_{c,n}\left(\frac{U}{U_n}\right)^{a_Q}\left(\frac{f}{f_n}\right)^{b_Q} \qquad (4.1.11)$$

unde

$P_{c,n}$ şi $Q_{c,n}$ sunt valorile nominale ale puterilor activă şi reactivă ale consumatorilor;

U,f sunt tensiunea de alimentare şi frecvența rețelei la un moment dat;

U_n,f_n sunt valorile nominale ale tensiunii şi frecvenței pe barele de alimentare a consumatorului;

α şi β sunt coeficienți determinați experimental pentru fiecare consumator.

Observații:

1. Modelarea consumatorului prin putere activă şi reactivă este mai apropiată de realitate.
2. Modelarea consumatorului prin puteri constante este destul de îndepărtată de realitate pentru că este echivalentă cu alimentarea dintr-o bară de putere infinită, care în mod normal nu există.
3. În cazul regimurilor nenominale, modelele instalațiilor capătă alte forme, care pun în evidență şi variația altor mărimi care caracterizează procesele electroenergetice (viteză de creştere a unor mărimi, dispersii, mărimi medii, constante de timp etc.).

4.1.4. Modelarea rețelei

Rețeaua electrică (linii electrice şi transformatoare de putere) se modelează prin cuadripoli (par. 4.2). Liniile electrice sunt reprezentate prin cuadripoli π, iar transformatoarele de putere prin cuadripoli T şi mai ales Γ. În cazuri speciale se folosesc şi alte reprezentări în funcție de fenomenele electromagnetice analizate.

4.2. REPREZENTAREA PRIN CUADRIPOLI A INSTALAȚIILOR ELECTRICE

Rețeaua electrică, formată din linii electrice şi stații de transformare, se modelează prin cuadripoli electrici. Un cuadripol electric este o structură cu două perechi de borne accesibile (intrare - ieşire) ca cea reprezentată în figura 4.2.1.

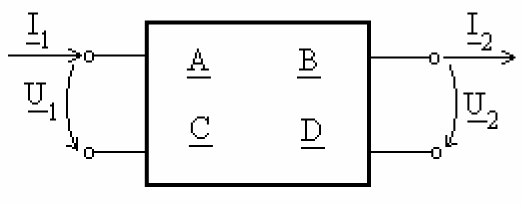


Fig. 4.2.1

$\underline{A}, \underline{B}, \underline{C}, \underline{D}$ sunt parametrii (constanți) ai cuadripolului;

$\underline{U}_1, \underline{I}_1$ - perechea de fazori tensiune-curent la bornele de intrare;

$\underline{U}_2, \underline{I}_2$ - perechea de fazori tensiune-curent la bornele de ieşire.

Ecuațiile de funcționare ale cuadripolului sunt:

$$\underline{U}_1 = \underline{A}\,\underline{U}_2 + \underline{B}\,\underline{I}_2$$
$$\underline{I}_1 = \underline{C}\,\underline{U}_2 + \underline{D}\,\underline{I}_2 \qquad (4.2.1)$$

Liniile electrice şi transformatoarele de putere sunt elemente pasive pentru SEE şi deci, cel puțin teoretic, ele sunt independente de sensul circulației prin aceste elemente, cele două perechi de borne putând fi folosite în ambele sensuri. Atunci cuadripolii echivalenți sunt reciproci. Condițiile de reciprocitate pentru un cuadripol electric sunt:

$$\begin{aligned} &\underline{A}\underline{D} - \underline{B}\underline{C} = 1 \\ &\underline{A} = \underline{D} \end{aligned}. \tag{4.2.2}$$

În aceste condiții ecuațiile cuadripolului pot fi scrise şi matriceal:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{C} & \underline{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix} \tag{4.2.3}$$

şi reciproc

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A} & -\underline{B} \\ -\underline{C} & \underline{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{bmatrix}. \tag{4.2.4}$$

Tipurile cele mai cunoscute de cuadripoli electrici, folosiți pentru modelarea liniilor şi transformatoarelor sunt “T”, ”π”, ”Γ”.

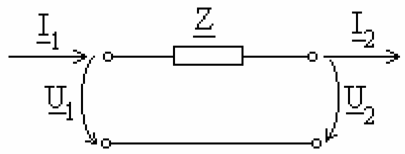


Fig. 4.2.2

Mai există o categorie de cuadripoli ”degenerați” în care prin neglijarea unor componente fizice se ajunge la o structură fizică de tipul celei din figura 4.2.2 în care firul superior este faza, iar cel inferior - neutrul elementului.

În analiză se consideră că şi această structură este un cuadripol, chiar dacă pentru neutre avem o singură bornă, extinsă în spațiu.

a) Cuadripol T

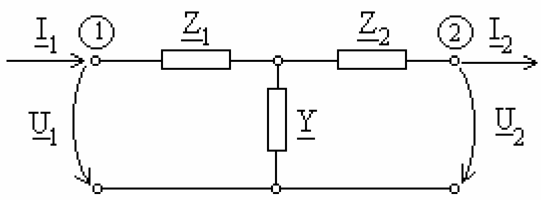


Fig. 4.2.3

b) Cuadripol p

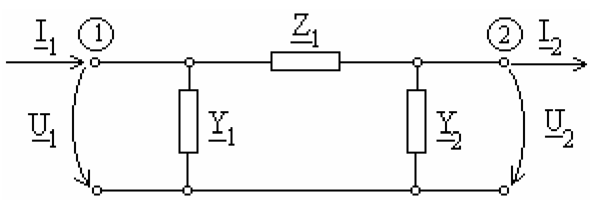


Fig. 4.2.4

c) Cuadripol G

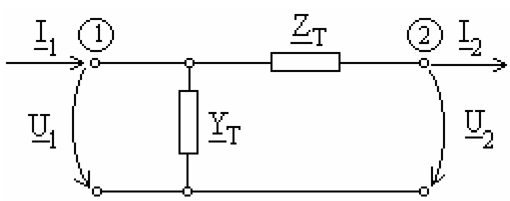


Fig. 4.2.5

4.3. SCHEMELE ELECTRICE ECHIVALENTE ALE REȚELELOR ELECTRICE. CALCULUL PARAMETRILOR ELECTRICI ECHIVALENȚI

În acest paragraf se prezintă schemele echivalente de bază, necesare pentru calculele de regimuri de funcționare ale liniilor electrice şi transformatoarelor.

4.3.1.Schemele electrice echivalente ale liniilor electrice.

Cea mai utilizată schemă echivalentă pentru linii este cuadripolul de tip π, cu patru parametri electrici echivalenți:

- rezistența liniei R_L [Ω];
- reactanța inductivă a liniei X_L [Ω];
- conductanța laterală a liniei G_L [S];
- susceptanța capacitivă a liniei B_L [S];

Schema electrică echivalentă este cea din figura 4.3.1,

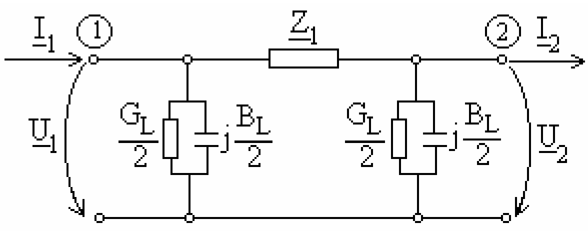


Fig. 4.3.1

în care

$$R_L = r_0 l\ ,\qquad (4.3.1)$$

r_0 – rezistența specifică a conductorului de fază [Ω/km];
l – lungimea liniei [km];
Pentru LEA

$$R_L = r_0 k l\ ,\qquad (4.3.2)$$

k – este coeficientul de corecție a lungimii care ține seama de gradul de frământare a solului şi de forma reală a conductorului: k = 1,02 – 1,04;
- pentru zone accidentate (munte) k = 1,04;
- pentru câmpie k = 1,02.

$$X_L = x_0 l\ ,\qquad (4.3.3)$$

x_0 – reactanța inductivă a liniei [Ω/km];

$$x_0 = wL_0\ ,\qquad (4.3.4)$$

ω - pulsația curentului [rad/s];

$$w = 2p\ f\ ,\qquad (4.3.5)$$

f – frecvența undei de curent [Hz];
L_0 – inductivitatea specifică a liniei [H/km];

$$G_L = g_0 l\ ,\qquad (4.3.6)$$

g_0 – conductanța specifică laterală a liniei [S/km];

$$B_L = w\,C_L\ ,\qquad (4.3.7)$$

C_L – capacitatea liniei [μF];

$$B_L = b_0 l\,, \tag{4.3.8}$$

b_0 – susceptanța specifică a liniei;

$$C_L = C_{0s} l\,, \tag{4.3.9}$$

C_{0s} – capacitatea de serviciu (specifică) a liniei [μF/km].

Valorile pentru r_0, x_0, g_0 şi b_0 se găsesc pentru fiecare tip de linie în cataloage şi lucrări de specialitate.

L_0 şi C_{0s} se pot calcula, dacă nu există valori, cu relații simple.

Se pot scrie expresiile:

$$\underline{Z}_L = R_L + jX_L \tag{4.3.10}$$

şi

$$\underline{Y}_L = G_L + jB_L \tag{4.3.11}$$

în care

$\underline{Z}_L$ este impedanța longitudinală a liniei;

$\underline{Y}_L$ este admitanța transversală a liniei.

În general, $\underline{Z}_L$ este o mărime echivalentă a liniei, care caracterizează conductoarele de fază, iar $\underline{Y}_L$ este legată de izolația liniei.

Se pot introduce câteva elemente de corecție:

1. ***Pentru rezistență***:

- ***La LEA:***

$$r_{0c.a.} = r_{0c.c.}\left(1 + a\left(q_a - 20^0 C\right)\right)\left(1 + y_a + y_s\right), \tag{4.3.12}$$

unde

$r_{0c.a.}$ este valoarea din catalog la 20^0C şi presiune normală;

a este coeficientul de variație al rezistivității cu temperatura [grd^{-1}];

q_a – temperatura aerului [grd];

y_a – factor de apropiere (proximitate);

y_s – factor de suprafață (efect pelicular).

De obicei aceşti factori fiind foarte mici, pot fi neglijați.

- ***La LEC***:

$$r_{0c.a.} = r_{0c.c.}\left(1 + a\left(q_a - 20^0 C\right)\right)\left(1 + y_a + y_s + y_e + y_m + y_t\right), \tag{4.3.13}$$

unde

y_e – factor de corecție în funcție de tipul cablului şi a ecranelor conductoarelor;

y_m – factor de corecție datorat existenței mantalelor metalice;

y_t – factor de corecție datorat existenței tubului de montare a cablului.

Şi aceşti factori de corecție au valori mici şi în cazul cablurilor obişnuite pot fi neglijați (în special la JT şi MT).

2. ***Pentru conductanța laterală:***

- conductanța laterală este foarte mică şi de obicei, mai ales în cazul rețelelor de distribuție, se poate neglija;
- conductanța liniei se poate calcula în funcție de descărcarea corona:

$$G_L = \frac{\Delta P_{cor,LE}}{U_n^2}, \tag{4.3.14}$$

unde $\Delta P_{cor,LE}$ reprezintă pierderile corona ale liniei. Acestea se pot determina în funcție de U_n, de tipul liniei, de starea atmosferică, de starea suprafeței conductoarelor active, din tabele speciale, întocmite de institutele specializate (ISPE, ICEMENERG ş.a.).

Conductanța liniei aeriene are importanță de la tensiunea nominală de 220 kV în sus.

4.3.2.Schemele electrice echivalente ale transformatoarelor de putere.

Schemele cele mai utilizate sunt cele de tip "Γ" (Fig. 4.3.2) cu patru parametri electrici (R_T, X_T, G_T, B_T) şi cu raport de transformare.

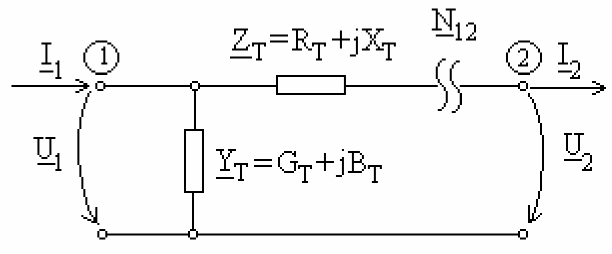


Fig. 4.3.2

$\underline{Z}_T$ este impedanța longitudinală a transformatorului şi descrie caracteristicile electrice ale înfăşurărilor;

$\underline{Y}_T$ este admitanța transversală a transformatorului şi modelează circuitul magnetic;

$\underline{N}_{12} = \underline{N}_T$ este raportul de transformare al transformatorului:

$$\underline{N}_T = \frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2} = \frac{N_1}{N_2} \cong \frac{\underline{I}_2}{\underline{I}_1} = \underline{N}_{12} \tag{4.3.15}$$

unde

N_1 este numărul de spire al înfăşurării primare;

N_2 este numărul de spire al înfăşurării secundare.

Dacă transformatorul are impedanțele înfăşurărilor $\underline{Z}_1$ şi $\underline{Z}_2$, în valori raportate la tensiunea nominală a înfăşurării respective, impedanța transformatorului Z_T va fi egală cu:

$$\underline{Z}_T = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2^{'}, \tag{4.3.16}$$

unde $\underline{Z}_2^{'}$ este impedanța înfăşurării secundare raportată la tensiunea nominală a înfăşurării primare.

Trecerea de la o tensiune nominală la cealaltă se face cu relația:

$$\underline{Z}_2^{'} = N_{12}^2 \underline{Z}_2 \tag{4.3.17}$$

La ieşirea din fabrică, orice transformator este supus la două încercări: la funcționare în gol şi la funcționare în sarcină nominală, care se mai numeşte "în scurtcircuit".

Montajul folosit este cel din figura 4.3.3.

La încercarea de funcționare în gol, alimentarea se face prin bornele 11' cu tensiunea nominală U_{1n}, iar bornele 22' rămân în gol.

Se citesc mărimile:

I_{10} – curentul de mers în gol [A];

U_{1gol}, U_{2gol} – tensiunile înfăşurărilor la mersul în gol [V];

W_{10} – pierderile de mers în gol ale transformatorului [W].

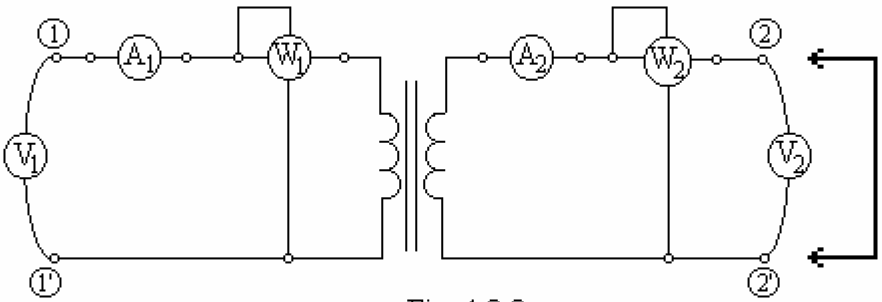


Fig. 4.3.3

Se determină:

$i_0[\%] = \frac{I_{10}}{I_{1n}}100$ reprezintă curentul de mers în gol al transformatorului;

$N_{12} = \frac{U_{1gol}}{U_{2gol}}$ reprezintă raportul nominal de transformare al transformatorului;

$\Delta P_0 = W_{10}$ sunt pierderile de putere la mers în gol ale transformatorului [W].

La încercarea de funcționare în sarcină nominală, alimentarea se face prin bornele 11' (bornele 22' sunt scurtcircuitate) cu tensiune crescătoare până când ampermetrele indică I_{1n}, respectiv I_{2n}. În acest moment se citesc indicațiile următoarelor aparate:

V_1 care măsoară tensiunea de scurtcircuit din primarul transformatorului U_{scc} [V];
A_1 care măsoară curentul nominal primar I_{1n} [A];
A_2 care măsoară curentul secundar nominal I_{2n} [A];
W_1 care măsoară puterea de scurtcircuit W_{1scc} [W].
Se determină:

$u_{scc}[\%] = \frac{U_{scc}}{U_{1n}}100$ - tensiunea de scurtcircuit a transformatorului;

$\Delta P_{sc} = W_{1scc}$ - pierderile de scurtcircuit (sarcină nominală) ale înfăşurărilor transformatorului [W].

În urma acestor încercări, în cartea tehnică a transformatorului (şi pe plăcuța indicatoare) se înscriu următoarele mărimi electrice:

- puterea nominală (aparentă) a transformatorului [VA, kVA, MVA];
- raportul de transformare U_{1n}/U_{2n} [kV/kV];
- grupa de conexiuni (ex. Dy_n-5) cu semnificațiile cunoscute (înfăşurarea primară în conexiune triunghi, cea secundară în stea cu neutrul accesibil; defazaj de 150^0 între fazorii tensiunii primară şi secundară);
- sistemul de reglaj (ex. ±9∗1,78%), cu 19 prize în jurul prizei mediane-nominale cu pas de reglaj pe plot de (1,78/100)U_{1n} [kV];
- curentul de mers în gol i_0[%];
- tensiunea de scurtcircuit u_{scc}[%];
- pierderile la mersul în gol ΔP_0[kW];
- pierderile în înfăşurări în regim nominal ΔP_{scc}[kW];
- eventual curenții nominal I_{1n}/I_{2n} [A/A].

Cu ajutorul acestor mărimi se pot calcula parametrii nominali ai transformatorului, după cum urmează:

$$R_T = \Delta P_{scc} \frac{U_{1n}^2}{S_n^2}, \tag{4.3.18}$$

$$Z_T = \frac{u_{scc}[\%]}{100} \frac{U_{1n}^2}{S_n}, \qquad (4.3.19)$$

$$X_T = \sqrt{Z_T^2 - R_T^2} \cong Z_T, \qquad (4.3.20)$$

$$G_T = \frac{\Delta P_0}{U_{1n}^2}, \qquad (4.3.21)$$

$$Y_T = \frac{i_0[\%]}{100} \frac{S_n}{U_{1n}^2}, \qquad (4.3.22)$$

$$B_T = \sqrt{Y_T^2 - G_T^2} \cong Y_T. \qquad (4.3.23)$$

Cazul transformatoarelor cu trei înfăşurări:

Ținând seama de principalele tipuri constructive de transformatoare cu trei înfăşurări, calculul parametrilor echivalenți se face după cum urmează:

- G_T, Y_T, B_T se calculează cu aceleaşi relații şi în aceleaşi condiții ca şi în cazul transformatoarelor cu două înfăşurări;
- Încercările transformatoarelor cu trei înfăşurări sunt de patru tipuri:
  - încercare de funcționare în gol: se determină ΔP_0 şi rapoartele de transformare:

$$N_{12} = \frac{U_{1gol}}{U_{2gol}}, \qquad (4.3.24)$$

$$N_{13} = \frac{U_{1gol}}{U_{3gol}}; \qquad (4.3.25)$$

  - trei încercări de funcționare la sarcină nominală (scurtcircuit). La fiecare încercare, alimentarea se face printr-o înfăşurare (ex.: 1), a doua înfăşurare este închisă în scurtcircuit (ex.: 2), iar a treia rămâne în gol (ex.: 3).
    La finalul încercărilor se obțin trei puteri de scurtcircuit (ΔP_{12}, ΔP_{23}, ΔP_{31}) şi trei tensiuni de scurtcircuit (u_{12}, u_{23}, u_{31}).
- Pentru calculul reactanțelor inductive proprii fiecărei înfăşurări se foloseşte următorul algoritm:
  1) se calculează tensiunile de scurtcircuit proprii fiecărei înfăşurări:

$$u_1[\%] = \frac{u_{12} + u_{31} - u_{23}}{2}, \qquad (4.3.26)$$

$$u_2[\%] = \frac{u_{12} + u_{23} - u_{31}}{2}, \qquad (4.3.27)$$

$$u_3[\%] = \frac{u_{23} + u_{31} - u_{12}}{2}. \qquad (4.3.28)$$

  2) se calculează reactanțele inductive proprii ale înfăşurărilor:

$$x_1 \cong \frac{u_1[\%]}{100} \frac{U_{1n}^2}{S_n}, \qquad (4.3.29)$$

$$x_2 \cong \frac{u_2[\%]}{100} \frac{U_{1n}^2}{S_n}, \qquad (4.3.30)$$

$$x_3 \cong \frac{u_3[\%]}{100}\frac{U_{1n}^2}{S_n}, \tag{4.3.31}$$

Una dintre reactanțele calculate este foarte apropiată de zero sau uşor negativă. Se consideră egală cu zero.

- Pentru calculul rezistențelor trebuie să fie cunoscută repartiția puterii pe cele două înfăşurări secundare (ex.: încărcate egal etc.). Se calculează rezistența echivalentă a transformatorului R_T:

$$R_T = \frac{\Delta P_{scc}}{kS_n^2}U_{1n}^2, \tag{4.3.32}$$

unde k depinde de modul de repartizare a sarcinii pe înfăşurările secundare şi de tipul de transformator.

Pentru

- Tipul I: $R_1 = R_2' = R_3' = R_T$ şi k =2;
- Tipul II: $R_1 = R_{2(3)}' = R_T$ şi $R_{3(2)}' = 1{,}5R_T$ cu k =2;
- Tipul III $R_1 = R_T$ şi $R_2' = R_3' = 1{,}5R_T$ şi

  k = 1,83 dacă o înfăşurare secundară se încarcă la maxim, iar cealaltă numai la jumătate;

  k = 1,75 dacă cele două înfăşurări secundare se încarcă în mod egal.

Observație:

Există foarte multe posibilități de încărcare a secundarelor, de aceea, mai întâi trebuie calculat coeficientul k şi apoi se determină R_T.

Schemele echivalente pentru transformatoarele cu trei înfăşurări sunt cele din figura 4.3.4.

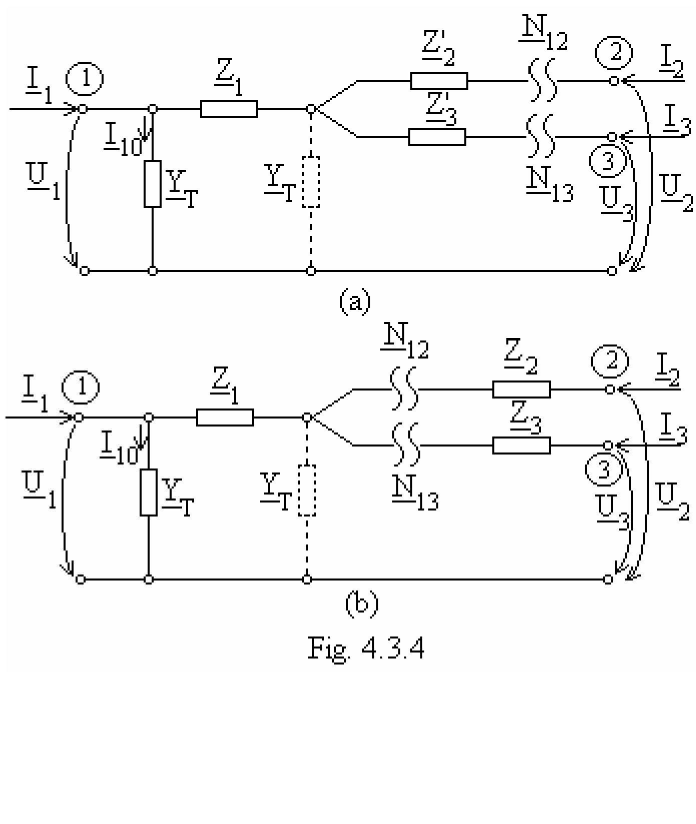


Fig. 4.3.4

4.4. CALCULUL CIRCULAȚIILOR DE CURENȚI ŞI DE PUTERI ÎN REȚELELE ELECTRICE.

În analiza SEE, o etapă importantă a procesului este determinarea circulației de curenți (şi/sau de puteri) în rețelele electrice. De fapt, prin stabilirea în orice punct al rețelei a mărimilor de bază: tensiunea, curentul, şi puterea electrică, se crează premizele pentru a se determina circulația puterilor şi pierderile de putere în fiecare element al rețelei.

4.4.1. Alegerea metodelor de calcul a regimului permanent de funcționare a SEE.

Aceste metode se împart în: metode directe şi metode iterative.

În cadrul metodelor directe se înscriu:

- Metoda teoremelor lui Kirchhoff;
- Metodele lui Maxwell:
    - metoda potențialelor nodurilor;
    - metoda curenților ciclici.

Aceste metode se bazează pe ipoteza rețelei liniare, iar variabilele finale sunt curenții prin elementele de rețea.

Metodele iterative se împart în două mari clase:

- Metode de tip SEIDEL-GAUSS (metoda GAUSS, metoda SEIDEL-GAUSS pură şi modificată, metoda "ascendent-descendent");
- Metode de tip NEWTON-RAPHSON (metoda NEWTON-RAPHSON pură, metoda decuplată, metoda decuplată rapidă, alte metode de tip FAST).

Pentru rețelele de distribuție de MT şi JT cele mai indicate metode sunt cele de tip SEIDEL-GAUSS – "ascendent-descendent". În acest moment sunt în funcțiune programe de calcul bazate pe această metodă, accesibile ca preț şi suficient de performante sub aspectul vitezei de lucru şi a preciziei rezultatelor.

4.4.2. Precizări privind efectuarea calculelor.

Dacă considerăm o latură *ij* între două noduri (*i* şi *j*) ale unei rețele electrice (Fig. 4.4.1),

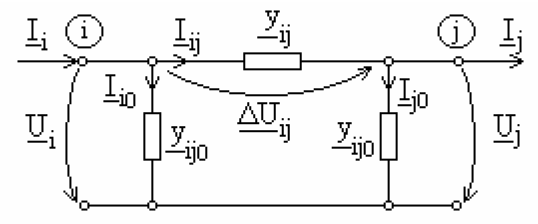


Fig. 4.4.1

se pot scrie ecuațiile corespunzătoare teoremelor lui Kirchhoff, astfel:

$$\underline{I}_{i0} = \underline{y}_{ij0}\underline{U}_i \qquad (4.4.1)$$

$$\underline{I}_{j0} = \underline{y}_{ji0}\underline{U}_j \qquad (4.4.2)$$

$$\underline{I}_{ij} = \underline{y}_{ij}\left(\underline{U}_i - \underline{U}_j\right) \qquad (4.4.3)$$

$$\Delta\underline{U}_{ij} = \underline{U}_i - \underline{U}_j = \underline{z}_{ij}\underline{I}_{ij}, \qquad \underline{y}_{ij} = \frac{1}{\underline{z}_{ij}} \qquad (4.4.4)$$

$$\underline{I}_{ij} = \underline{I}_i - \underline{I}_{i0} \qquad (4.4.5)$$

$$\underline{I}_j = \underline{I}_{ij} - \underline{I}_{j0} \qquad (4.4.6)$$

În funcție de mărimile cunoscute se poate calcula curentul de circulație $\underline{I}_{ij}$ şi curenții din laturile transversale. Pentru un nod al rețelei se poate calcula curentul nodal:

$$\underline{I}_i = \sum_{j=1}^{n} \underline{I}_{ij} \, , \tag{4.4.7}$$

unde ***ij*** sunt laturile rețelei incidente la nodul ***i***, sau:

$$\underline{I}_i = \sum_{j=1}^{n} \underline{y}_{ij} \left(\underline{U}_i - \underline{U}_j \right). \tag{4.4.8}$$

Dacă se înmulțeşte ultima relație conjugată cu $\underline{U}_i$, se obține puterea nodală

$$\underline{S}_i = \underline{U}_i \underline{I}_i^* = \underline{U}_i \sum_{j=1}^{n} \underline{y}_{ij}^* \left(\underline{U}_i^* - \underline{U}_j^* \right) = \underline{y}_{ii}^* U_i^2 - \underline{U}_i \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} \underline{y}_{ij}^* \underline{U}_j^* \, . \tag{4.4.9}$$

Se poate determina şi puterea $\underline{S}_j$ şi puterea vehiculată pe latura ***ij***:

$$\underline{S}_{ij} = \underline{U}_i \underline{I}_{ij}^* = \underline{U}_i \underline{y}_{ij}^* \left(\underline{U}_i^* - \underline{U}_j^* \right), \tag{4.4.10}$$

$$\underline{S}_{ji} = \underline{U}_j \underline{I}_{ij}^* = \underline{U}_j \underline{y}_{ij}^* \left(\underline{U}_i^* - \underline{U}_j^* \right). \tag{4.4.11}$$

Diferența dintre aceste puteri reprezintă pierderile de putere pe latura ***ij***:

$$\underline{\Delta S}_{ij} = \underline{S}_{ij} - \underline{S}_{ji} \, . \tag{4.4.12}$$

4.5. CALCULUL PIERDERILOR DE PUTERE ŞI ENERGIE ÎN REȚELELE ELECTRICE.

În cele ce urmează ne vom referi în special la rețelele de distribuție din întreprinderi şi vom folosi metoda duratei pierderilor maxime. Celelalte metode, bazate pe regresii, calcule probabiliste, înregistrări multiple, sunt prea complicate în raport cu sporul de precizie obținut. Vom defalca calculul pentru linii electrice şi transformatoare după cum urmează:

a) Pentru transformatoare:

În cazul unui singur transformator, pierderile de putere activă şi reactivă se calculează cu relațiile:

$$\Delta P_T = \Delta P_0 + a^2 \Delta P_{scc} \, , \tag{4.5.1}$$

unde α este coeficientul de încărcare a transformatorului în regim de sarcină maximă,

$$a = \frac{S_{\max}}{S_{nT}} \, . \tag{4.5.2}$$

Pentru pierderile de putere reactivă relația este:

$$\Delta Q_T = \Delta Q_0 + a^2 \Delta Q_{scc} \, , \tag{4.5.3}$$

unde

$$\Delta Q_0 \cong \frac{i_0[\%]}{100} S_n \tag{4.5.4}$$

şi

$$\Delta Q_{scc} \cong \frac{u_{scc}[\%]}{100} S_n . \tag{4.5.5}$$

Pentru pierderile de energie activă într-un an, relația este:

$$\Delta E_{a,an} = \Delta P_0 t_f + a^2 \Delta P_{scc} t , \tag{4.5.6}$$

notațiile având semnificațiile cunoscute: t_f – timpul de funcționare, t - durata pierderilor maxime.

Dacă în stație sunt n transformatoare de acelaşi fel, relațiile de calcul devin:

$$\Delta P_{ST} = n\Delta P_0 + \frac{\Delta P_{scc}}{n} a^2 , \tag{4.5.7}$$

$$\Delta Q_{ST} = n\Delta Q_0 + \frac{\Delta Q_{scc}}{n} a^2 \tag{4.5.8}$$

şi

$$\Delta E_{a,an} = n\Delta P_0 t_f + \frac{\Delta P_{scc}}{n} a^2 t . \tag{4.5.9}$$

Pentru calculul pierderilor de energie activă se poate utiliza şi puterea medie anuală:

$$\Delta E_{a,an} = n\Delta P_0 t_f + a_{med}^2 \frac{\Delta P_{scc}}{n} k_f^2 t_f , \tag{4.5.10}$$

cu

$$a_{med} = \frac{P_{med}}{P_{\max}} , \tag{4.5.11}$$

sau

$$a_{med} = \frac{P_{med}}{S_{nT} \cos j_{med}} . \tag{4.5.12}$$

Observații:

1. Se observă că se înlocuieşte a^2 cu $\left(a_{med} k_f\right)^2$.

2. Dacă sunt mai multe tipuri de transformatoare, calculul se face pentru fiecare tip, după ce s-a studiat modul de repartizare a sarcinii între transformatoare (a), după ce se vor analiza curbele de sarcină specifice şi durata pierderilor maxime pentru fiecare sector din stație (t_f şi t).

b) Pentru linii electrice:

Se pot scrie relații de calcul pentru pierderile de putere activă şi reactivă:

$$\Delta P_L = \frac{S_L^2}{U_L^2} R_L = \frac{P_L^2 + Q_L^2}{U_L^2} R_L = 3 R_L I_L^2 , \tag{4.5.13}$$

respectiv

$$\Delta Q_L = \frac{S_L^2}{U_L^2} X_L = \frac{P_L^2 + Q_L^2}{U_L^2} X_L = 3 X_L I_L^2 . \tag{4.5.14}$$

Singura indicație pentru aplicarea acestor relații este ca P_L, Q_L şi U_L să fie măsurate în acelaşi punct.

Pentru pierderile de energie activă se aplică relația:

$$\Delta E_{a,an} = 3R_L I_L^2 t = \frac{P_L^2 + Q_L^2}{U_L^2} R_L t \ , \qquad (4.5.15)$$

sau, dacă se cunoaşte puterea medie:

$$\Delta E_{a,an} = \frac{S_{med}^2}{U_L^2} R_L k_f^2 t_f \ . \qquad (4.5.16)$$

Dacă instalațiile au o funcționare sezonieră, se pot face calcule similare, ținând seama de împărțirea timpului anual de funcționare în sezoane.

Se va obține, probabil, o îmbunătățire a metodei de calcul şi diferențe de valori de ordinul procentelor.

4.6. MĂSURI PENTRU REDUCEREA PIERDERILOR DE PUTERE ŞI ENERGIE

Studii ale instituțiilor specializate ale ONU arată că pe glob se manifestă o tendință de creştere a cantității de energie electrică produsă şi respectiv consumată. În aceste condiții, mărimea consumului propriu tehnologic şi dinamica acestuia, precum şi a pierderilor de putere şi energie devin determinante în orice analiză de eficiență a tuturor investițiilor noi.

Pentru SEN, mărimea pierderilor de putere şi energie a devenit foarte sensibilă, mai ales în ultimii 10-15 ani, când s-au înregistrat scăderi masive ale cererii în industrie şi agricultură.

Concomitent cu această tendință principală s-a înregistrat o slăbire semnificativă a disciplinei în muncă, precum şi în achitarea facturilor de energie electrică de către beneficiari.

Toate aceste procese au determinat o creştere foarte mare a pierderilor de putere şi energie în rețelele electrice de distribuție, atât la furnizor cât şi în întreprinderile industriale şi economice, fapt întâmplat în primii ani ai perioadei analizate şi apoi o menținere a lor la niveluri inacceptabile pentru o țară europeană.

În aceste condiții a reapărut ARCE, într-o formă nouă şi legislația care obligă toți participanții la gestiunea energiei electrice să adopte măsuri raționale de economisire a energiei electrice.

În ultima vreme, în Uniunea Europeană se discută tot mai mult de folosirea eficientă a energiei electrice, în toate componentele lanțului energetic industrial, pentru a se evita construirea de noi unități energetice clasice. Sunt stimulate şi investițiile în unitățile energetice alternative (regenerabile) cu un grad mai mare de dispersie a surselor.

Preocupările pentru utilizarea mai rațională a energiei electrice trebuie să se manifeste în toate verigile lanțului de producere, transport, distribuție şi utilizare a energiei electrice şi în toate etapele de timp caracteristice: alegerea soluției, proiectare, execuție a lucrărilor, exploatare.

Vom prezenta în continuare principalele măsuri de îmbunătățire a randamentelor energetice ale rețelelor electrice publice şi private, împărțindu-le între momentul proiectării instalațiilor şi cele ale dezvoltării lor ulterioare.

Pentru România cele mai mari discrepanțe privind mărimea pierderilor de putere şi energie electrică, față de țările dezvoltate se găsesc la nivelul unităților economice, a liniilor tehnologice, astfel încât energia specifică necesară pentru realizarea unui produs este de cca două ori mai mare. Pentru a ne putea înscrie în conduita energetică a continentului, societatea românească ar trebui să acționeze în trei direcții principale:

1. Reorientarea producției industriale dinspre industriile grele, puternic energofage, spre industrii de vârf, care necesită cantități mici de materii prime, materiale şi energie.

2. Schimbarea tuturor tehnologiilor în unitățile actuale, cu tehnologii moderne, cu consum energetic redus. Aici foarte important ar fi să se importe numai vârfuri tehnologice, forțând astfel schimbările de structură necesare.
3. Înlocuirea tehnologiilor clasice din industria energiei electrice şi termice, şi introducerea unor sisteme ultramoderne de monitorizare şi conducere a instalațiilor electroenergetice.

Pentru realizarea acestor obiective, trebuie antrenați toți specialiştii, din toate domeniile ingineriei, deoarece trebuie, în primul rând, să se determine o schimbare de atitudine față de energia ce ne stă la dispoziție.

4.6.1. Măsuri de reducere la nivelul proiectării.

În proiectare trebuie să se fixeze anumite principii la care să adere toate instituțiile şi unitățile economice interesate privind dezvoltarea rețelelor electrice în condițiile concrete dintr-o țară sau dintr-o regiune. Spre exemplu:

a) Economisirea energiei electrice este mai favorabilă decât construirea de noi surse generatoare de tip industrial;
b) Politica de economisire a energiei este o politică pe termen lung, măsurile actuale vizând viața comunității pe parcursul a 2-3 generații;
c) Reducerea pierderilor şi a consumului propriu tehnologic este mai importantă decât costurile actuale ale materialelor electroconductoare (Cu sau Al), care oricum se recuperează în viitor, costul prelucrării lor fiind oricând mai mic decât extragerea lor din minereu.
d) Instalațiile electroenergetice noi, trebuie să fie mult mai fiabile decât cele pe care le înlocuiesc;
e) Instalațiile electroenergetice noi trebuie să fie mult mai performante sub aspect energetic (pierderi, randamente) decât cele pe care le înlocuiesc;
f) Noile instalații acționate electric trebuie să fie mai simple, mai uşor de urmărit în funcționare de la distanță, să fie deservite de cât mai puțini operatori (accent pe automatizarea complexă sau chiar robotizare şi cibernetizare);
g) Noile instalații electroenergetice şi industriale să fie dotate cu sisteme moderne informatice, bazate pe utilizarea inteligenței artificiale;
h) Stabilirea unei politici naționale în privința locuințelor. Este vorba aici de stabilirea sistemelor de încălzire a locuințelor: centrală de bloc, de scară, de apartament, încălzire electrică sau cogenerare, sau altă formă de încălzire;
i) Îmbunătățirea izolării termice a clădirilor, care va avea ca efect reducerea drastică a cantității anuale de energie necesară pentru încălzirea spațiilor de locuit şi a spațiilor publice.

În general, trebuie să se depăşească imaginea ”societății de consum” care produce lucruri ieftine şi slabe calitativ. Trebuie ca eforturile să fie îndreptate spre produse fiabile, economice, robuste, cu o durată de viață corespunzătoare.

Dacă se respectă aceste condiții generale, principalele măsuri de reducere a pierderilor de putere şi energie electrică sunt următoarele:

1. Reducerea numărului de terpte de transformare la nivelul SEN (tensiuni nominale la nivel național, reținute: 750 kV, 400 kV, 110 kV, 20 kV, 10 kV (6 kV), 0,4 kV şi altele speciale). Toate celelalte tensiuni nominale actuale se înlocuiesc, în timp, cu acestea.
2. Îmbunătățirea proiectării maşinilor şi aparatelor electrice. Sunt necesare maşini având raportul $\Delta P_0 / \Delta P_{scc}$ cât mai mic (spre 0,18 şi chiar mai mic), cu randamente nominale din ce în ce mai mari. Sunt necesare transformatoare de putere cu izolație uscată într-o gamă de puteri mici, pentru alimentarea individuală cu energie electrică

a locuințelor. Aceste transformatoare (de tip MT/0,4 kV) trebuie să fie nedemontabile, să nu necesite întreținere periodică şi să-şi respecte durata de viață nominală. În general, transformatoarele noi trebuie să aibă o capacitate cât mai bună de preluare a vârfurilor de sarcină.

3. Optimizarea amplasării de surse de putere reactive, comandate electronic (SVT-uri) în SEE, în vederea reducerii circulației de putere reactivă în sistemul electroenergetic.
4. Introducerea tehnicii de calcul în toate punctele importante ale SEE, introducerea conducerii centralizate a rețelelor de distribuție, introducerea conducerii automate a instalațiilor electroenergetice.
5. Micşorarea razei de acțiune a posturilor de transformare, creşterea densității PT-urilor şi a stațiilor de alimentare cu energie electrică.
6. Desființarea rețelei de distribuție de JT ca rețea publică. Se va apropia tensiunea de distribuție medie, cât mai mult de consumatori. În acest mod, toate joncțiunile dintre rețeaua publică şi consumatori vor fi pe MT, mai uşor de supravegheat, de contorizat şi de facturat. Trebuie introduse costuri diferite pentru 1 kWh pe diversele trepte de tensiune.
7. Reconsiderarea metodologiei de selectare a soluțiilor alternative prin apropierea, tot mai mult, de cele folosite în țările civilizate şi remodelarea periodică a normativelor interne, în funcție de schimbările care au loc în țară şi la nivel mondial.

4.6.2. Măsuri de reducere care nu necesită investiții mari

1. Repartiția optimă a sarcinilor între centralele SEN şi grupurile în funcțiune.
2. Încărcarea liniilor la valoarea optimă a sarcinii.
3. Repartiția economică forțată a puterilor în rețelele complex buclate. Se realizează cu transformatoare cu reglaj longotransversal şi cu ajutorul dispozitivelor FACT's. Cu ajutorul acestora se urmăreşte şi se poate impune circulația de puteri în rețea.
4. Funcționarea, în toate stațiile, a transformatoarelor după graficul optim de încărcare, sub supraveghere centralizată.
5. Controlul, în toate regimurile de funcționare, a nivelului de tensiune, inclusiv în funcție de starea atmosferei şi de sezon.
6. Îmbunătățirea mentenanței prin calitatea reparațiilor şi scurtarea duratei de întrerupere programată.
7. Introducerea, pe scară cât mai largă, a metodelor de lucru sub tensiune.
8. Debuclarea controlată a rețelelor de distribuție funcționând în cuplaj longotransversal.
9. Trecerea unor generatoare mai ales în centralele hidroelectrice mici, în anumite perioade ale zilei în regim capacitiv.
10. Echilibrarea sarcinii pe fazele rețelelor de distribuție.
11. Perfecționarea sistemului de calcul şi evidență a pierderilor de energie în rețelele de distribuție.
12. Revederea reglementărilor şi normelor existente privind costurile inducerii de regim armonic, pentru nesimetrii etc.

4.6.3. Măsuri de reducere care necesită investiții mari

Sunt măsuri similare celor de proiectare dar se execută într-o rețea dată, într-un moment caracteristic al ei (în timpul reparațiior capitale sau dacă este imperios necesar, în timpul planificat pentru reparațiile de mentenanță).

1. Creşterea tensiunii nominale: se au în vedere mai ales rețelele de MT (6, 10 kV)care trec la o tensiune superioară.

2. Creşterea secţiunii conductoarelor LEA: se înlocuiesc după calcule de verificare preliminară a stâlpilor, în momentul reparaţiei capitale, conductoarele LEA cu altele superioare. Se poate modifica şi numărul de subconductoare pentru fiecare fază. Asemenea operaţii se pot executa şi la cabluri electrice, pentru a se obţine o dimensionare a densităţii de curent.

3. Instalarea în reţea de surse controlate de energie reactivă (dispozitive FACT's de tipul SV etc.).

4. Introducerea de transformatoare cu reglajul tensiunii mai fin şi cu reglaj sub sarcină.

5. Optimizarea dezvoltării şi reconstrucţiei reţelei electrice de distribuţie.

6. Reducerea regimului deformant şi a nesimetriilor.

7. Creşterea numărului injecţiilor de putere în reţeaua de MT.

4.6.4. Măsuri de reducere în întreprinderi

1. Înlocuirea transformatoarelor de putere şi a motoarelor asincrone funcţionând slab încărcate, cu alte unităţi de putere mai mică.

2. Înlocuirea motoarelor asincrone mari cu motoare sincrone.

3. În cazul reparaţiilor capitale la motoare, este de preferat înlocuirea motoarelor vechi cu altele noi (inclusiv ca an de fabricaţie). Motoarele noi sunt mai performante sub aspect energetic şi mai fiabile.

Observaţie:

Orice înlocuire de motor electric trebuie să fie precedată de analiza condiţiilor de pornire şi autopornire. Aici este recomandată utilizarea comutatoarelor stea-triunghi şi a limitatoarelor de mers în gol.

4. Realizarea de reparaţii de foarte bună calitate.

5. Organizarea şarjelor la cuptoarele de topire pentru a reduce consumul de putere.

6. Aplatizarea curbelor de sarcină ale întreprinderii.

7. Încadrarea întreprinderii în curbele de consum planificate.

8. Introducerea de elemente pentru reducerea regimului deformant, a nesimetriilor şi a şocurilor de putere.

9. Îmbunătăţirea reţelei de iluminat. Se poate realiza prin introducerea de lămpi cu tuburi, cu consum energetic mic şi cu durată de viaţă mărită, înlocuirea iluminatului incandescent, secţionarea reţelei de alimentare, introducerea iluminatului local, întreţinerea suprafeţelor de iluminare naturală, schimbarea culorii pereţilor şi tavanului (spre alb) desprăfuirea şi curăţirea acestor suprafeţe.

10. Înlocuirea tehnologiilor depăşite (bazate pe cuţit de strung şi freză) cu altele noi (electrotehnologii moderne: electroeroziune, fascicul de electroni, tratamente chimice etc.).

4.6.5. Compensarea locală a puterii reactive

În SEE, puterea activă este produsă în centralele electrice cu ajutorul grupurilor energetice de puteri relativ mari, care conţin generatoare sincrone. Există, de asemenea, grupuri energetice în centrale de mai mică putere, de exemplu hidroenergetice, eoliene sau de alt tip, dotate cu generatoare asincrone, dar în general toate sunt cuplate la SEN pentru a acoperi situaţiile de incident şi a permite funcţionarea lor stabilă.

Generatoarele sincrone pot produce şi putere reactivă, cele asincrone, de obicei sunt consumatoare de putere reactivă.

În sistemele moderne, cu elemente disipate, se poate concepe o situaţie în care în incinta beneficiarului pot să existe mai multe surse de putere activă şi reactivă care produc energia electrică necesară unei anumite instalaţii.

Prin acest procedeu se elimină, sau mai bine zis, se reduce la minimum rețeaua de distribuție şi implicit de transport a energiei electrice, cu consecințe favorabile economic pentru beneficiar.

În marea majoritate a cazurilor, însă, în acest moment de dezvoltare a societății, rețeaua de transport şi distribuție există, şi în studiile de specialitate trebuie să se țină seama de existența ei. Rețeaua electrică transportă, repartizează şi distribuie în teritoriu energia electrică cu două consecințe tehnice derivate:

- are un randament energetic, adică are un consum propriu tehnologic, inevitabil;
- conduce la micşorarea tensiunii, în lungul ei, astfel încât trebuie să se ia măsuri pentru reglarea acesteia în diferite puncte caracteristice ale rețelei.

În plus, rețeaua electrică are o anumită *capacitate de transport* a energiei electrice, care depinde de tensiunea nominală a rețelei, de secțiunea conductoarelor, de izolație şi de alte mărimi fizice, care împreună limitează *curentul maxim admisibil* (datorită temperaturii maxime de funcționare a materialelor conductoare, de izolație şi altele) prin elementul de rețea.

În aceste condiții, cunoscându-se şi faptul că un condensator pus sub tensiune produce putere reactivă, se poate descărca rețeaua de transport, de distribuție şi cea de alimentare a consumatorilor precum şi grupurile energetice, de putere reactivă, prin producerea acesteia local, la consumator. Descărcarea nu este totală, deoarece pentru a funcționa stabil, SEE trebuie să producă o anumită cantitate de putere reactivă în generatoare.

Această concepție generală asupra producției şi circulației de putere reactivă în sistemul electroenergetic se mai numeşte ***compensarea locală a puterii reactive***.

Prin acest procedeu se obțin:

- reducerea pierderilor de putere şi energie în rețelele electrice de transport şi distribuție;
- reducerea căderilor de tensiune pe toate elementele din rețea în amonte de locul de montare a compensatorului de putere reactivă;
- eliberarea rețelei din amonte de circulația de putere reactivă şi creşterea capacității ei de încărcare cu putere activă;
- modificarea, în favoarea puterii active generate, a încărcării generatoarelor din sistem;

La nivelul unui consumator, compensarea poate să se facă:

- centralizat- la barele de alimentare din tabloul general;
- local- la nivelul tablourilor de distribuție;
- individual- la nivelul unor linii tehnologice sau la receptoare de putere unitară mai mare.

Pentru realizarea compensării se pot utiliza:

- compensatoare sincrone;
- compensatoare statice;
- baterii de condensatoare.

În instalațiile moderne se folosesc compensatoare statice, care sunt o combinație de condensatoare şi bobine comandate prin punți cu tiristoare, şi care pot produce sau consuma între limitele tehnice constructive, putere reactivă.

Ele sunt automate programabile (în variante mai vechi) sau sisteme automate comandate de elemente IA; în toate variantele ele urmăresc evoluția în timp a factorului de putere şi iau decizii privind introducerea sau scoaterea unor condensatoare sau a unor bobine, în mod automat. Ca element de comparație pentru definirea regimului compensat se utilizează factorul de putere neutral ($\cos j_n$ sau l_n). l_n este factorul de putere, care dacă este atins pe bara de alimentare a beneficiarului, acesta poate prelua din rețeaua publică putere reactivă fără a o mai plăti şi fără nici un fel de penalizări. Valoarea lui l_n trebuie să fie diferențiată în funcție de tensiunea nominală a rețelei şi a locului din sistem pe care-l ocupă joncțiunea beneficiar-furnizor analizată. Fixarea valorilor lui l_n este făcută în urma unui calcul de optimizare a circulației puterii reactive în rețeaua de distribuție.

Pentru o treaptă de sarcină, dacă se lucrează în putere, cu unități de generare fixe, se face dimensionarea (alegerea) bateriei după una din următoarele metode:

1. ***Metoda puterii reactive cerute (maxime):***

$$Q_{bat}^{(1)} = P_c\left(\tan j_c - \tan j_n\right), \tag{4.6.1}$$

unde P_c şi $cos\, j_n$ sunt puterea cerută de consumator şi, respectiv, factorul de putere natural al consumatorului.

2. ***Metoda puterii reactive medii:***

$$Q_{bat}^{(2)} = P_{med}\left(\tan j_{med} - \tan j_n\right), \tag{4.6.2}$$

unde P_{med} şi $\tan j_{med}$ sunt specifice consumatorului analizat.

$$Q_{bat}^{(2)} < Q_{bat}^{(1)}, \tag{4.6.3}$$

şi în acest fel se evită pe timpul golului de noapte, injectarea de către consumator de putere reactivă în rețeaua publică (fenomen nedorit şi interzis de către regulamentele de funcționare).

3. ***Metoda energiei reactive consumate anual:***

$$Q_{bat}^{(3)} = \frac{P_c T_{P\max}\left(\tan j_c - \tan j_n\right)}{t_{u,bat}}, \tag{4.6.4}$$

unde $t_{u,bat}$ este timpul de utilizare a bateriei.

În practică, prima metodă este cel mai mult aplicată fiind cea mai simplă, dar cea de a treia este mai precisă, deşi sunt şi aici probleme în determinarea lui T_{Pmax}.

În acest caz se consideră simultaneitatea curbelor de putere activă şi reactivă, ceea ce, în general, nu este adevărat.

4.6.6. Măsuri de îmbunătățire a factorului de putere în întreprinderi

Compoziția consumatorului complex cuprinde 65-70% motoare asincrone şi 20-25% transformatoare de toate felurile, iar în rest, celelalte tipuri de receptoare: motoare sincrone şi de c.c., cuptoare electrice, redresoare, bobine şi condensatoare, rezistoare, lămpi de iluminat etc. În acest mod se observă ponderea deosebită în consumul de energie reactivă a transformatoarelor şi a motoarelor asincrone.

Pe de altă parte, în cazul rețelelor de distribuție care se abat de la condițiile ideale de funcționare, definirea unui factor de putere trifazat este imposibilă, în practică trebuind să se adopte valori medii sau să se lucreze independent pe fiecare fază, sau să se ia măsuri de simetrizare a întregii rețele de distribuție. La fel şi pentru atenuarea regimului deformant.

Toate aceste probleme, împreună cu reglarea tensiunii la nivelul rețelei de distribuție şi cu compensarea puterii reactive la consumator, trebuie tratate simultan, ele afectând concomitent instalația electrică şi fiecare individual fiind rezolvată prin montarea unor baterii de condensatoare şi/sau a unor bobine.

În continuare se vor prezenta măsuri “naturale” de îmbunătățire a factorului de putere.

1. Aducerea tuturor utilajelor tehnologice şi energetice la un regim de funcționare apropiat de cel proiectat (respectarea procesului şi fluxurilor tehnologice, reglarea utilajelor, calitatea reparațiilor, calificarea personalului, calitatea materiei prime, păstrarea condițiilor cerute de aerisire, iluminat, încălzire, limitarea sau eliminarea noxelor etc.).

2. Limitarea funcționării în gol a utilajelor cu ajutorul unor dispozitive automate simple.

3. Înlocuirea, în toate cazurile posibile, a motoarelor asincrone mari cu motoare sincrone, în special pentru motoarele mari, de peste 160 kW, la consumatori cu regim de funcționare constant de tip compresoare, unele pompe etc.

4. Evitarea rebobinării motoarelor şi înlocuirea lor, în caz de defectare, cu altele noi, mai performante energetic.

5. Înlocuirea motoarelor asincrone subîncărcate cu unități mai mici de ultimă generație. O astfel de operație se face numai după verificarea condițiilor de pornire şi autopornire a motorului nou.

6. Folosirea pentru zonele de subîncărcare a unor motoare asincrone, a comutatoarelor de conexiune stea-triunghi.

7. Funcționarea în stațiile electrice, în cazul unor transformatoare în paralel, numai după graficul economic de încărcare.

8. Îmbunătățirea generală a mentenanței instalațiilor electroenergetice şi introducerea mentenanței preventive.

Folosirea instalațiilor specializate se face în cazuri speciale şi acestea pot fi:

- Baterii de condensatoare;
- Compensator sincron;
- Compensator static.

Câteva observații privind utilizarea mijloacelor speciale:

- bateriile de condensatoare, organizate pe trepte de folosire, trebuie să fie prevăzute cu instalații de descărcare a sarcinii electrice care pot fi:
    - aparate de măsurare, cu un consum propriu mai mare (aparate vechi);
    - lămpi de semnalizare cu incandescență;
    - rezistoare speciale, dimensionate pentru a se atinge tensiunea nepericuloasă (50 V) în circa 5 minute.
- baterii de condensatoare trifazate, obişnuite, cu puterea de 15 kVAr sau 20 kVAr, utilizate în construcții standardizate.
- bateriile de condensatoare se utilizează în marile unități economice sub formă de compensatoare statice.
- compensatoarele sincrone sunt construcții rotative care-şi acoperă pierderile mecanice şi pot funcționa în regim sub sau supraexcitat, consumând sau producând putere reactivă.

Față de instalațiile statice, ele mai prezintă două avantaje:

- în regim de scurtcircuit pe bară pot susține tensiunea remanentă, micşorând efectele scurtcircuitului;
- pot prelua şocuri de putere reactivă (până la de trei ori puterea lor nominală) cu o viteză foarte mare (500 MVAr/s).

Observații:

1. În instalațiile de JT, bateriile de condensatoare se conectează în triunghi, pentru a rezulta un echipament mai ieftin;
2. În instalațiile de MT, bateriile de condensatoare sunt construite în dublă stea, cu o serie de automatizări şi protecții specifice.

4.6.7. Funcționarea în paralel a transformatoarelor de putere

Condițiile de funcționare în paralel a transformatoarelor electrice sunt următoarele:

- să aibă acelaşi raport de transformare;
- să aibă aceeaşi grupă de conexiuni;
- să aibă puteri nominale apropiate (în limite 1:3);
- să aibă tensiuni de scurtcircuit egale.

În aceste condiții, se arată că fiecare transformator se încarcă natural, proporțional cu puterea sa nominală, sau forțat, cu orice putere în limita lui S_n, dacă sunt prevăzute dispozitive FACT's speciale.

Vom considera două cazuri:

a) Stație cu n transformatoare de acelaşi fel (S_{nT}) funcționând în paralel

Se determină puterea limită (coeficientul de încărcare limită) de trecere de la funcționarea cu *m* la *m*+1 (*m*<*n*) transformatoare în paralel:

$$S_{\lim m,m+1} = S_{nT}\sqrt{m(m+1)\frac{\Delta P_0 + m\Delta Q_0}{\Delta P_{scc} + m\Delta Q_{scc}}}\,, \qquad (4.6.5)$$

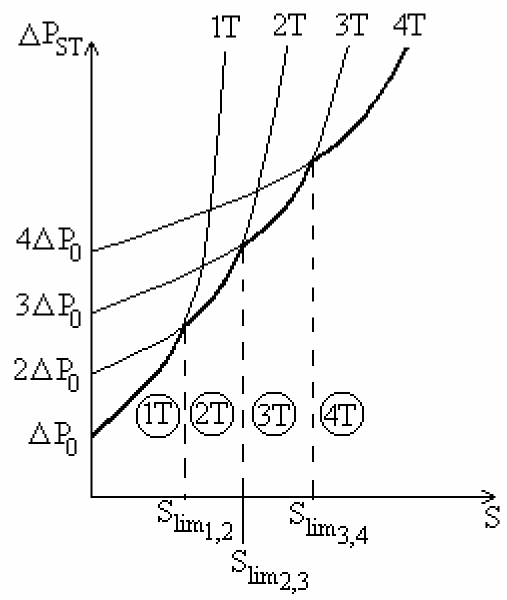


Fig. 4.6.1

unde:

ΔP_0, ΔP_{scc} sunt pierderile active de mers în gol şi, respectiv, pierderile de sarcină nominale ale unui transformator;

μ [kW/kVAr] este echivalentul energetic al puterii reactive;

ΔQ_0, ΔQ_{scc} sunt pierderile reactive de mers în gol şi, respectiv, în sarcină nominală ale unui transformator.

Echivalentul energetic al puterii reactive este acea putere activă în kWh care se consumă în sistem pentru a livra 1 kVAr de putere reactivă de la o sursă marginală la beneficiar. El se dă în diverse tabele.

Reprezentând grafic structura de conexiuni a stației în funcție de încărcare, se obține diagrama din figura 4.6.1

b) Cazul în care în stație sunt n_1 transformatoare de un tip (S_{n1}) şi n_2 transformatoare de al doilea tip (S_{n2}) funcționând în paralel.

În acest caz trebuie realizate toate scenariile posibile de funcționare. Dacă $S_{n1}<S_{n2}$, avem:

$$1T_1;\ 2T_1;\ \ldots;\ n_1T_1; \qquad (n_1)$$

$$1T_2;\ 2T_2;\ \ldots;\ n_2T_2; \qquad (n_2)$$

$$n_2\begin{cases} 1T_1+1T_2;\quad 2T_1+1T_2;\ldots;\ n_1T_1+1T_2; & (n_1)\\ 1T_1+2T_2;\quad 2T_1+2T_2;\ldots;\ n_1T_1+2T_2; & (n_1)\\ \text{-----------------------------------} & \\ 1T_1+n_2T_2;\ 2T_1+n_2T_2;\ldots;n_1T_1+n_2T_2; & (n_1)\end{cases}$$

În total sunt $n_1+n_2+n_1n_2$ scenarii posibile. Pentru fiecare scenariu se calculează pierderile de putere şi se reprezintă grafic. Din intersecțiile diferitelor scenarii se pot deduce practic familii de grafice de funcționare optimă.

Observații:

- Este bine să se evite, pe cât posibil, funcționarea în paralel a unor unități de transformare diferite.
- Prin aplicarea acestei metode s-au obținut, în țara noastră, reduceri cu cca 10-30% a pierderilor la nivelul stației.

4.7. CURBE DE SARCINĂ. INDICATORI AI CURBELOR DE SARCINĂ

CURBA DE SARCINA: este un grafic care reprezintă evoluția în timp a puterii cerute (uneori reprezintă curentul de sarcină).

Curbele de sarcină pot fi zilnice sau clasate (anual).

Curbele de sarcină zilnică pot fi pentru o anumită zi a săptămânii, sau medii săptămânale, lunare sau sezoniere.

Curbele clasate de sarcină, se referă la o perioadă mai îndelungată (sezoniere sau anuale) şi se bazează pe înregistrări făcute în perioada considerată şi pe o clasificare orară a acestor înregistrări.

PUTERE CERUTĂ (P_2): este cea mai mare putere medie, pe o perioadă de 15 minute, care poate fi extrasă din curba de sarcină. Este, de cele mai multe ori, informația de bază cu care se face dimensionarea instalațiilor electrice.

Curbele de sarcină dau indicații asupra regimurilor de funcționare a instalațiilor electroenergetice şi sunt caracterizate de o serie de indicatori care pun în relație mărimi caracteristice ale instalațiilor.

În continuare propunem un set de 12 indicatori, care împreună pot acoperi toate situațiile de lucru care apar.

Există mult mai mulți indicatori ai curbelor de sarcină dar ei se substituie, iar grupa de 12 pe care o prezentăm acoperă toate nevoile practice.

PUTERE INSTALATĂ (P_i): *pentru un receptor* este puterea nominală a acestuia; *pentru un grup* organizat de receptoare este suma puterilor nominale ale fiecărui receptor cu câteva observații:

- nu sunt luate în calcul puterile receptoarelor montate în instalații aflate în mod normal în rezervă;
- nu sunt luate în considerație utilajele care funcționează incidental (de exemplu pompele de incendiu).

4.7.1. Indicatorii curbelor de sarcină

Mulți dintre indicatorii curbelor de sarcină reprezintă raportul unor mărimi de aceeaşi natură, astfel încât valoarea lor reprezintă un număr adimensional şi de aceea aceştia se mai numesc *coeficienți*.

a) *Coeficientul de cerere* (k_c) – este raportul dintre puterea cerută şi puterea instalată:

$$k_c = \frac{P_c}{P_i}. \qquad (4.7.1)$$

Valoarea lui este subunitară, iar tabele cu aceste valori au fost întocmite pentru toate receptoarele obişnuite şi pentru tipuri de industrii.

b) *Coeficientul de simultaneitate* (k_s) – este raportul dintre puterea maximă cerută de întreprindere şi suma puterilor maxime cerute de subunitățile componente (n):

$$k_s = \frac{P_{c,\,întreprindere}}{\sum_{j=1}^{n} P_{c,\ secție\ j}}. \qquad (4.7.2)$$

Acest indicator arată că maximele de putere ale secțiilor componente nu coincid în timp.

Pe baza acestor observații legătura de alimentare din sistemul electroenergetic a întreprinderii poate fi dimensionată mai economic.

c) *Puterea medie*: se definește ca media aritmetică a puterilor pe diferite paliere în decursul unei perioade de referință (T):

$$P_{med} = \frac{\sum_{j=1}^{n} P_j T_j}{\sum_{j=1}^{n} T_j}, \qquad (4.7.3)$$

unde

P_j este puterea cerută în intervalul de timp T_j;

n reprezintă numărul total de paliere din curba zilnică de sarcină;

$\sum_{j=1}^{n} T_j = 24\,\text{ore}$, în cazul curbelor de sarcină zilnice.

Dacă intervalele de timp ale palierelor de sarcină sunt egale între ele şi egale cu 1 oră, relația se mai poate scrie:

$$P_{med,zi} = \frac{\sum_{j=1}^{n} P_j}{24}. \qquad (4.7.4)$$

d) *Puterea medie pătratică* (P_{mp}) este calculabilă cu relația:

$$P_{mp} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{n} P_j^2 T_j}{\sum_{j=1}^{n} T_j}}. \qquad (4.7.5)$$

Observații:

1. Puterea medie pătratică (precum şi curentul mediu pătratic) este folosită pentru determinarea regimurilor de încălzire ale instalațiilor electroenergetice.
2. Din punct de vedere matematic, cele două puteri medii pot fi definite pentru o perioadă de timp T, astfel:

$$P_{med} = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)dt, \qquad (4.7.6)$$

unde $p(t)$ este funcția de variație a puterii în timp, şi:

$$P_{mp} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T p^2(t)dt}, \qquad (4.7.7)$$

unde $p^2(t)$ este o funcție de calcul rezultată din urmărirea evoluției în timp, punct cu punct, a puterii $p(t)$. Cele două relații sunt utilizabile mai mult teoretic, în practică preferându-se aproximarea acestor integrale prin sume pe domenii parțiale.

e) *Coeficientul de formă al curbei de sarcină* este raportul dintre puterea medie pătratică și puterea medie, exprimate pentru aceeași perioadă de timp (T):

$$k_f = \frac{P_{mp}}{P_{med}}. \tag{4.7.8}$$

Coeficientul k_f este utilizat pentru a caracteriza regimul de funcționare a unei instalații, pornindu-se de la sarcina medie, și indică gradul de accidentare a curbei de sarcină. El are o valoare pozitivă, iar în mod curent se încadrează ca valori între 1,0 și 1,1 (foarte rar până la 1,2). Prin măsurile pe care le ia operatorul în exploatare, tendința lui k_f este de a se apropia de 1,0.

f) *Coeficientul de aplatizare a curbei de sarcină*:

$$k_a = \frac{P_{med}}{P_{\max}} = \frac{T_{P\max}}{t_f}, \tag{4.7.9}$$

unde

P_{max} este puterea maximă cerută de consumator în perioada analizată;

T_{Pmax} este durata de utilizare a puterii maxime;

t_f este timpul de funcționare a instalației.

Coeficientul k_a este subunitar și tinde spre valoarea 1,0 prin măsurile luate de operatorii din întreprinderi.

g) *Coeficientul de utilizare a puterii instalate* (k_u) exprimă gradul de încărcare a receptoarelor pentru toată durata de funcționare a instalațiilor:

$$k_u = \frac{P_{med}}{P_i}. \tag{4.7.10}$$

După cum se observă, printr-o comparație cu coeficientul de cerere este permanent îndeplinită relația:

$$k_u < k_c. \tag{4.7.11}$$

h) *Coeficientul de conectare* (k_{con}) este raportul dintre timpul real de conectare (t_{con}) și timpul total disponibil pentru conectarea instalațiilor:

$$k_{con} = \frac{t_{con}}{t_{disp.con}}. \tag{4.7.12}$$

i) *Coeficientul de vârf al curbei de sarcină* (k_v) este raportul dintre puterea maximă și puterea minimă a curbei de sarcină:

$$k_v = \frac{P_{\max}}{P_{\min}}. \tag{4.7.13}$$

Ca și ceilalți indicatori, k_v este definit pentru un anumit interval de timp (T), pentru care se analizează curba de sarcină.

Şi acest indicator arată gradul de accidentare a curbei de sarcină şi cât de departe se află ea de forma ideală, aplatizată.

j) *Durata de utilizare a puterii maxime* (T_{Pmax}).

Prin definiție:

$$T_{P\max} = \frac{E_a}{P_{\max}} \quad [ore/an], \tag{4.7.14}$$

unde E_a este energia activă cerută de instalație într-un anumit interval de timp (de obicei un an calendaristic) şi P_{max} este puterea maximă solicitată de instalație în perioada analizată.

Durata de utilizare a puterii maxime este timpul fictiv în care instalația, dacă ar funcționa constant la P_{max} ar consuma aceeaşi energie activă ca şi în cazul real, timp de un an calendaristic.

k) *Coeficientul anual de utilizare a energiei electrice* (a), se defineşte ca raportul

$$a = \frac{E_{a,an}}{P_{med,schimb,\max} t_f}, \tag{4.7.15}$$

unde $P_{med,\ schimb,\ max}$ este puterea medie anuală a schimbului celui mai încărcat, iar $E_{a,an}$ este energia activă consumată într-un an calendaristic de instalația analizată.

l) *Factorul de putere mediu* $\left(l_{Pmed}^{T}\right)$ pentru perioada de timp T se defineşte ca:

$$l_{Pmed}^{T} = \frac{E_{a,T}}{\sqrt{E_{a,T}^2 + E_{r,T}^2}}, \tag{4.7.16}$$

unde $E_{a,T}$ şi $E_{r,T}$ sunt energiile activă şi reactivă consumate în perioada de timp T.

m) *Durata pierderilor maxime* (t) este timpul fictiv în care instalația, dacă ar funcționa la P_{max}, în mod constant, ar produce aceleaşi pierderi de energie activă ca şi la funcționarea reală, într-un an calendaristic.

Se poate folosi ca definiție şi relația:

$$k_p = \frac{I_{mp}^2}{I_{\max}^2} = \frac{P_{mp}^2}{P_{\max}^2} \quad [ore/an], \tag{4.7.17}$$

unde I_{mp} este curentul mediu pătratic şi I_{max} este curentul maxim prin instalație într-un an (de obicei), iar k_p se numeşte coeficientul de pierderi maxime.

Următoarele relații sunt valabile:

$$k_p = \frac{t}{t_f} = k_f^2 k_a^2 \tag{4.7.18}$$

şi

$$k_f = \frac{\sqrt{t\ t_f}}{T_{P\max}}. \tag{4.7.19}$$

4.7.2. Rețeaua de distribuție de medie tensiune ideală

În rețeaua de distribuție de JT persistă, în momentul actual o serie de fenomene negative şi de deficiențe care creează operatorului de rețea foarte mari probleme:

- Existența unui număr foarte mare de consumatori monofazați care încarcă nesimetric fazele rețelei;
- Un regim deformant puțin controlat, mai ales în ultimul timp, când se dezvoltă instalațiile şi aparatele bazate pe elemente electronice (aparate electrocasnice şi calculatoare electronice, redresoare şi tot felul de instalații care se bazează pe elemente electronice de mică sau mare putere);
- Furtul de energie electrică şi a unor părți din instalațiile publice şi intervenții brutale în rețeaua publică, executate de persoane necalificate;
- Menținerea unor rețele electrice de distribuție de JT mult prea lungi (mult peste 400-500 m în jurul PT-ului);
- O rețea de cabluri de JT epuizată fizic şi depăşită moral, cu foarte multe manşoane longitudinale, cunoscută, ca desfăşurare, cu aproximație;
- Probleme mari de facturare a energiei electrice şi de încasare a facturilor.

Pentru a se diminua efectele acestor fenomene, se poate lua în discuție o măsură radicală şi anume *desființarea rețelei de distribuție publică de JT*.

Aceasta presupune:

- Extinderea rețelei de distribuție de MT până în preajma consumatorilor;
- Realizarea de transformatoare uscate (turnate în răşini) de puteri relativ mici (6,3; 10; 16; 25; …[kVA]), care să aibă o durată de viață lungă (30 ani) şi să nu necesite lucrări de întreținere;
- Montarea între transformator şi beneficiar a unei instalații tampon, care să realizeze, în mod automat, operațiile de simetrizare, reducere a regimului deformant, compensare locală a puterii reactive, eliminare a şocurilor de pornire, contorizare şi transmitere la distanță a datelor.

În acest mod, pe lângă diminuarea efectelor fenomenelor menționate anterior, se mai obține o omogenizare a rețelei de MT, care poate fi concepută într-o manieră modernă, cu puțin echipament electric şi cabluri cu un înalt grad de fiabilitate, ceea ce va conduce la diminuarea volumului de muncă pentru supraveghere şi întreținere, va micşora numărul întreruperilor şi va îmbunătăți calitatea energiei electrice livrate consumatorilor, precum şi calitatea serviciului.

BIBLIOGRAFIE

1. A.Timotin, s.a, ”Lectii de bazele electrotehnicii”, EDP 1970.
2. M.Preda, ”Bazele electrotehnicii”, vol.I si II, EDP 1982.
3. C.I.Mocanu, ”Teoria circuitelor electrice”, EDP 1979.
4. C.I.Mocanu, ”Teoria campului electromagnetic”, EDP 1981.
5. A.Moraru, ”Bazele electrotehnicii”, Matrix Rom, Bucureşti, 2000, 2002.
6. L. Dumitriu, M. Iordache, ”Teoria modernă a circuitelor electrice”, Vol. I şi II, Ed. All, 1998, 2000.
7. I. Iordanescu, Gh. Iacobescu, ”Alimentarea cu energie electrică a consumatorilor”, EDP, 1980.
8. Gh. Iacobescu, ş.a, ”Reţele şi sisteme electrice”, EDP, 1979.
9. I. Iordanescu, ş.a, ”Reţele electrice pentru alimentarea întreprinderilor industriale”, ET, 1985.
10. Th. Miclescu, ş.a., “Utilizarea energiei electrice”, EDP, Bucureşti, 1980.